

Jürgen Audretsch

Gibt es eine Alternative zur Quantenmechanik?

Zur didaktischen Analyse der Bellischen Ungleichung und der Experimente an korrelierten Photonenpaaren

Die Quantenmechanik ist eine außerordentlich erfolgreiche Theorie. Ihre Unanschaulichkeit führt aber immer wieder auf die Frage, ob es nicht doch wenigstens im Prinzip möglich ist, sie durch eine geeignet modifizierte klassische Theorie zu ersetzen. In den letzten Jahren ist nun der Nachweis gelungen, daß es keine lokal deterministischen Modelle der klassischen Physik gibt, die alternativ die Phänomene im Quantenbereich erklären könnten. Durch diesen Artikel soll im einzelnen die fachdidaktische These belegt werden, daß das theoretische Verständnis für diesen Nachweis von guten Schülern mit Mitteln der Schulphysik und Schulmathematik erlangt werden kann.

1. Einleitung
2. Der quantenmechanische Zustand als Vektor
 - 2.1 Die quantenmechanische Messung
 - 2.2 Zwei Formen dynamischer Entwicklung
3. Korrelierte Photonenpaare
 - 3.1 Photonen sind Quantenobjekte
 - 3.2 Kaskadenphotonen
 - 3.3 Grunderfahrungen und quantenmechanische Beschreibung
 - 3.4 Experimentelle Bestätigung
4. New Age und Esoterik: Hängt in der Welt alles mit allem zusammen?
 - 4.1 Makroskopische Quantenmechanik
 - 4.2 Holismus
5. Klassische Theorien mit verborgenen Parametern
6. Quantenmechanische Beschreibung im Orsay-Experiment
 - 6.1 Korrelationskoeffizient
 - 6.2 Kombiniertes Korrelationskoeffizient
 - 6.3 Meßkurve
7. Beschreibung in lokalen Theorien mit verborgenen Parametern: Bellische Ungleichung
 - 7.1 Das Modell
 - 7.2 Bellische Ungleichung
8. Zusammenfassung
9. Nachträge und Ergänzungen
 - 9.1 Experimentelle Einzelheiten
 - 9.2 Experimente anderer Typs
 - 9.3 Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon
 - 9.4 New Age
10. Zum Unterricht
 - 10.1 Motivation
 - 10.2 Unterrichtsablauf

1. Einleitung

Bei der Behandlung der Quantenmechanik in der Schule wird immer wieder deutlich, daß gerade intelligente Schüler Schwierigkeiten mit der Quantenmechanik haben. Man darf als Lehrer nicht vergessen, daß diese kritisch fragenden Schüler sich dabei in sehr guter Gesellschaft befinden: ein prominenter Teil der Gründerväter der Quantenmechanik ist der Quantenmechanik mit Unbehagen gegenüber gestanden. So haben z.B. Schrödinger und Einstein die Quantenmechanik in der Fassung, in der sie auch heute noch gelehrt wird, nur als eine vorläufige Theorie angesehen. Vielen kritischen Schülern mit einem guten Verständnis für Physik geht es nicht anders. Man sollte im Unterricht ihre Probleme, Fragen und Einwände ernst nehmen. Sie können Ausgangspunkt und Motiv für ein intensiveres Bemühen um ein vertieftes Verständnis der Quantenmechanik sein.

Es gibt zwei typische Schülerfragen zur Quantenmechanik: Ist der durch die Physik beschriebene Teil der Welt im Quantenbereich tatsächlich notwendigerweise so unanschaulich? Und die sich unmittelbar daraus ergebende Frage: Ist die Quantenmechanik als Theorie unvermeidbar, oder lassen sich die entsprechenden Phänomene nicht doch im Rahmen einer geeignet modifizierten klassischen Physik beschreiben? Unter unanschaulich wird dabei in der Regel „abweichend von der Alltagsphysik“ verstanden. Gemeint ist also, daß eine Erklärung nicht im Rahmen der bekannten klassischen Physik (Klassische Mechanik, Elektrodynamik, ...) durchgeführt werden kann. Wenn man diese Erklärung zu Grunde legt, versteht es sich allerdings von selbst, daß die Quantenmechanik unanschaulich ist. Im Kern geht es daher bei dem Versuch der Vermeidung der Unanschaulichkeit um die zweite Frage: Gibt es für die theoretische Behandlung der Phänomene im Quantenbereich eine Alternative zur Quantenmechanik? Hiermit wird eine der zentralen Entwicklungen der modernen Physik in Frage gestellt und zugleich eines der fundamentalen Probleme heutiger Theoretischer Physik angeschnitten.

Wie verteidigt man die Quantenmechanik üblicherweise? Hierzu wird gerne nach dem Motto verfahren: „Der Erfolg rechtfertigt die Mittel.“ Welches Phänomen auch immer im Quantenbereich aufgetaucht ist oder gerade auftaucht, es läßt sich im Rahmen der Quantenmechanik beschreiben und erklären. Die Quantenmechanik ist also außerordentlich erfolgreich. Es besteht daher bis heute kein zwingender Anlaß, sie aufzugeben. Der experimentelle Vorstoß in neue Bereiche erfordert nur den weiteren Ausbau des quantenmechanischen Schemas. – Diese Argumentation liefert ein sehr gewichtiges praktisches Argument, beantwortet aber dennoch nicht unsere Kernfrage: Ließen sich die gleichen Erklärungserfolge nicht doch auch – zumindest im Prinzip – mit geringfügigen Erweiterungen im Rahmen der klassischen Physik und daher in ganz anschaulicher Weise erzielen?

Wer hartnäckig bei dieser Frage bleibt, kann durch Hinweis auf die Erfolge der Quantenmechanik letztlich nur halb überzeugt werden. Erforderlich wäre vielmehr der Beweis, daß die Vermeidung der Quantenmechanik durch Ausbau der klassischen Physik grundsätzlich mißlingt. Wenn dieser Nachweis zwingend sein soll, so kann er nicht nur einfach Folge eines weitanschaulichen, philosophischen oder wissenschaftstheoretischen Werturteils sein, sondern muß ausschließlich im Rahmen und mit den Methoden der Physik erfolgen. Das Verfahren hierfür ist vorgezeichnet: Man formuliere möglichst allgemein im Rahmen der klassischen Physik Alternativtheorien zur Quantenmechanik und stelle sie in Experimenten aus dem Quantenbereich auf die Probe. Mißlingt die Beschreibung auch nur eines dieser Experimente, so sind die Alternativtheorien widerlegt, und die auch in diesem Experiment erfolg-

reiche Quantenmechanik steht ohne einen Konkurrenten da. Die Welt ist dann tatsächlich so, wie sie sich uns in der Quantenmechanik darstellt.

Ein zweiter pädagogischer Aspekt soll nicht unerwähnt bleiben: Es könnte in der Schulpraxis auch dazu kommen, daß Schülern gar keine Gelegenheit mehr geboten wird, sich mit der Quantenwelt und ihrer Beschreibung auseinanderzusetzen. Die Klassische Mechanik hat in unseren Tagen in der Fachwissenschaft eine Renaissance erfahren. Mit Chaos und fraktalen Systemen wurde eine neue Teilgebiet der Physik eröffnet. Auch die Schule hat zu Recht dieses wichtige Gebiet zumindest in ihre Leistungskurse aufgenommen. Bunte Videofilme und ein Umgang mit dem Computer, der dem bei Computerspielen nicht unähnlich ist, sprechen die Schüler an. – Es ist sehr zu begrüßen, daß aktuelle physikalische Forschung Eingang in den Schulunterricht findet. Eine Gefahr ist in diesem Fall allerdings nicht zu übersehen. Die zur Verfügung stehende Stundenzahl ist endlich. Der Lehrer muß eine Auswahl treffen und damit insbesondere festlegen, was er nicht behandeln will. Es liegt daher verführerisch nahe, unter Berufung auf dieses Argument die Quantenmechanik im Schulunterricht auszusparen oder sie auf das Bohrsche Atommodell zu reduzieren. Für den Schüler wäre dann Quantenmechanik so etwas wie eine klassische Physik mit einigen Ungereimtheiten. Er würde nichts von den grundsätzlich anderen Strukturen in dem riesigen, sich ständig erweiternden Quantenbereich und seiner Behandlung in der Quantentheorie erfahren. Es wäre schlimm, wenn beim Schüler das Mißverständnis aufkommen könnte, daß moderne Physik mit Spezieller Relativitätstheorie, Allgemeiner Relativitätstheorie, Chaosforschung usw. nach wie vor nur klassische Physik ist.

Die Fachdidaktik und jeder einzelne Lehrer sollten nicht den bequemeren Weg gehen, sondern sich weiterhin der schwierigen Aufgabe stellen, neben den oben genannten Gebieten auch die Quantenmechanik in Schulstoff umzusetzen. Jeder Versuch den Quantenbereich so zu behandeln, als lägen dort eigentlich klassische Phänomene vor, über die wir nur in irgendeinem Sinne nicht genügend Informationen besitzen, betrügt den Schüler um die wichtige Erkenntnis, daß es in den durch die Physik erfalteten Bereichen der Realität Gebiete gibt, in denen die Wirklichkeit eine grundsätzlich andere Struktur hat als wir sie aus der Alltagsphysik kennen. Um einen didaktisch aufgearbeiteten Zugang zu dieser Erkenntnis soll es im Folgenden gehen. Weitere, auch für die Hand des Lehrers gedachte Aufsätze, finden sich in [1].

In den letzten Jahren ist der Nachweis gelungen, daß es keine lokal deterministischen Modelle der klassischen Physik gibt, die alternativ die Phänomene im Quantenbereich erklären können. Wir kommen also sachlich um die Quantenmechanik nicht herum, und wir sollten in der Schuldidaktik darauf die Konsequenz ziehen. Die *fachdidaktische These*, die durch das Nachfolgende belegt werden soll, ist, daß das theoretische Verständnis für diesen Nachweis von guten Schülern mit Mitteln der Schulphysik und Schulmathematik erlangt werden kann. Teilnehmer an einem Leistungskurs Physik besitzen im Anschluß an die übliche Behandlung der Quantenmechanik alle nötigen Voraussetzungen. Einleitend ist der Schulstoff zunächst etwas umzuformulieren.

2. Der quantenmechanische Zustand als Vektor

2.1. Die quantenmechanische Messung

Die im Unterricht bereits gewonnenen Einsichten über das nichtklassische Verhalten quantenmechanischer Systeme sollen zunächst in einem einfachen Formalismus knapp und präzise zusammengefaßt und graphisch veranschaulicht werden. Für den Ausgang einer quantenmechanischer Messung gibt es ein kontinuierliches oder diskretes Spektrum möglicher Meßwerte. Es reicht für das Folgende völlig, wenn wir den Spezialfall betrachten, daß bei der Messung einer bestimmten physikalischen Größe (zum Beispiel des Impulses) nur zwei Meßwerte p_1 und p_2 möglich sind. Es möge also ein sehr einfaches diskretes Spektrum vorliegen. Zu einem vorgegebenem quantenmechanischen Zustand können dann nur die Wahrscheinlichkeiten $w(p_1)$ bzw. $w(p_2)$ dafür angegeben werden, daß in einer Messung die Meßwerte p_1 bzw. p_2 erhalten werden. Auf jeden Fall wird aber stets einer der beiden Meßwerte angenommen, sodaß die Summe der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten gleich eins sein muß:

$$w(p_1) + w(p_2) = 1 \quad (1)$$

Eine Messung ändert das quantenmechanische System ab. Sie greift ein und überführt je nach Meßergebnis in einen anderen neuen Zustand. In unserem Fall können nur zwei physikalische Zustände Folge der Messung sein, wir wollen sie $|p_1\rangle$ und $|p_2\rangle$ nennen. Durch die Gleichung (1) und mehr noch durch Erfahrungen mit Interferenzphänomenen von Wahrscheinlichkeitswellen wird es nun unmittelbar nahegelegt, die Vorgänge beim Meßprozeß in der folgenden Weise graphisch zu veranschaulichen: Wir ordnen den beiden Zuständen $|p_1\rangle$ und $|p_2\rangle$ zwei aufeinander senkrecht stehende Vektoren der Länge 1 zu (Abb. 1).

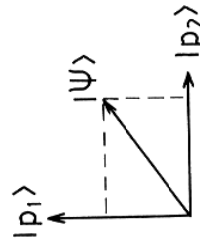


Abb. 1 Das Quadrat der Länge der Projektion des Zustandsvektors $|\psi\rangle$ zum Beispiel auf den Vektor $|p_1\rangle$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, nach einer Messung den Zustand $|p_1\rangle$ und den entsprechenden Meßwert p_1 vorzufinden.

Je nachdem, ob der Meßwert p_1 oder der Meßwert p_2 erhalten wurde, liegt der dem entsprechenden Vektor zugeordnete Zustand nach der Messung vor. Wenn so Zustände als normierte Vektoren repräsentiert wurden, muß auch der Zustand vor der Messung durch einen normierten Vektor in unserem Diagramm dargestellt werden. Wir haben ihn als den Vektor $|\psi\rangle$ in Abbildung 1 eingezeichnet. Die Aussage der Gleichung (1) über die Wahrscheinlichkeiten läßt sich dann sofort mit Hilfe des Satzes von Pythagoras einfach ablesen, wenn man die Quadrate der Projektionen von $|\psi\rangle$ auf $|p_1\rangle$ bzw. $|p_2\rangle$ als die Wahrscheinlichkeiten $w(p_1)$ bzw. $w(p_2)$ interpretiert:

$$\begin{aligned} (\dots)^2 + (\dots)^2 &= w(p_1) \\ (\dots)^2 + (\dots)^2 &= w(p_2) \end{aligned} \quad (2)$$

Diese zweidimensionalen Überlegungen im Reellen genügen im Folgenden. Für die volle Theorie sind sie zu verallgemeinern.

2.2. Zwei Formen dynamischer Entwicklung

Nachdem auf diese Weise die quantenmechanischen Zustände in einem **Vektordiagramm** und die jeweils einem Zustand $|\psi\rangle$ zugeordneten Wahrscheinlichkeiten $w(p_1)$ und $w(p_2)$ für den Erhalt der Meßwerte p_1 und p_2 in einem **Projektionsformalismus** graphisch veranschaulicht wurden, kann an Hand derselben Abbildung ein weiteres typisch nichtklassisches Element der Quantenmechanik veranschaulicht werden. Die Quantenmechanik zeigt zwei **Formen dynamischer Entwicklung**, die in der Theorie jeweils getrennt per Axiom eingeführt werden: Zwischen zwei Messungen ändert sich der quantenmechanische Zustand in kontinuierlicher Weise. In Abbildung 1 bedeutet das, daß der Vektor $|\psi\rangle$ eine kontinuierliche vor- oder rückläufige Zeigerbewegung durchführt (Dynamik I). Die quantenmechanische Messung beruht demgegenüber auf einer Wechselwirkung zwischen System und Meßapparat (Dynamik II) und bewirkt eine un stetige Änderung in einen neuen Zustand. Im obigen Beispiel geht der Quantenzustand $|\psi\rangle$ im Verlauf einer Messung in den Quantenzustand $|p_1\rangle$ über, falls der Wert p_1 gemessen wurde. Der dazu senkrechte Vektor $|p_2\rangle$ wird erhalten, wenn die Messung auf den Wert p_2 führt. Eine quantenmechanische Messung ist also immer eine Überführung in einen neuen Ausgangszustand für die sich anschließende Dynamik I. Diese Überführung erfolgt mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit, die mit Hilfe des Projektionsformalismus am Vektordiagramm abgelesen werden kann. Wir wollen im folgenden ein Beispiel für eine quantenmechanische Situation angeben, in der tatsächlich in einer Messung nur zwei verschiedene Meßwerte erhalten werden können. Die Überlegungen zu Abbildung 1 werden sich also direkt übertragen lassen.

3. Korrelierte Photonenpaare

3.1. Photonen sind Quantenobjekte

Es wird sich zeigen, daß Photonen diejenigen Objekte sind, mit deren Hilfe am einfachsten experimentell nachgewiesen werden kann, daß die Quantenmechanik unvermeidbar ist. Hierzu soll in einem ersten Schritt herausgestellt werden, daß auch Photonen Quantenobjekte sind. Dies läßt sich leicht an Hand der Polarisation von Photonen veranschaulichen. Betrachten wir zunächst linear polarisierte Einzelphotonen. In Abbildung 2 ist ein Zwei-Kanal-Analysator dargestellt. Wenn auf ihn Photonen mit der Polarisationsrichtung \perp a einfallen, so spricht der a-Detektor an. Bei Photonen mit der linearen Polarisation \perp a reagiert ent-

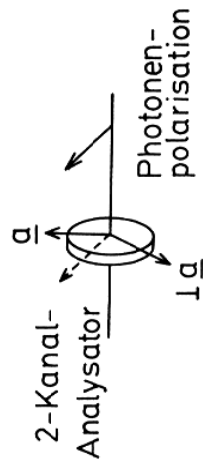


Abb. 2 Linear polarisiertes Licht läuft auf einen 2-Kanal-Analysator mit den Analyserrichtungen \mathbf{a} und $\perp \mathbf{a}$ zu.

sprechend der \perp a-Detektor. Fallen jedoch linear polarisierte Photonen ein, deren Polarisationsrichtung wie in Abbildung 2 gegen die beiden ausgezeichneten Polarisatorrichtungen verdreht ist, so spricht entweder der a-Detektor oder der \perp a-Detektor an. Es ist dann nur noch mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorhersagbar, ob das Photon durch den Kanal a oder \perp a „hindurchtreten“ wird. Entscheidend ist dabei, daß die entsprechende Durchlaßwahrscheinlichkeit sich genau nach den oben beschriebenen Regeln der Quantenmechanik ergibt. In Abbildung 3 ist die lineare Polarisationsrichtung als normierter Vektor relativ zu den beiden Analysatorrichtungen eingezeichnet. Die jeweilige Durchlaßwahrscheinlichkeit stimmt dann wiederum mit dem Quadrat der Projektion auf die entsprechende Richtung überein. Die experimentelle Bestätigung dieser Aussage zeigt, daß hier zu Recht der quantenmechanische Formalismus angewandt werden kann.

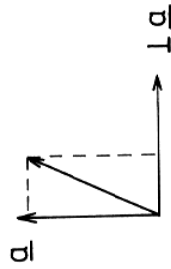


Abb. 3 Zerlegung des Vektors der linearen Polarisation.

3.2. Kaskadenphotonen

Wir wollen nun im nächsten Schritt zu zirkular polarisierten Photonen übergehen und werden dabei keine Einzelphotonen mehr betrachten, sondern ganz spezielle **Zwei-Photonen-Systeme** untersuchen. Bei einem mehrstufigen Übergang von Kalzium in den Grundzustand gemäß Abbildung 4 entsteht ein solcher 2-Photonen-Zustand. Man spricht in diesem Fall von **Kaskadenphotonen**. Sie sind zirkular polarisiert. Ihr jeweiliger Polarisationsvektor wird bei der Ausbreitung nicht parallel verschoben, sondern dreht sich um die Ausbreitungsrichtung. Die beiden Photonen breiten sich dabei in entgegengesetzter Richtung wie in Abbildung 5 einzeichnet aus. Bei dieser Ausbreitung gibt es keine Möglichkeit für eine Wechselwirkung der beiden Photonen untereinander. Da die beiden Photonen in einem einzigen Prozeß zugleich entstanden sind, werden wir sie quantenmechanisch durch einen Zweiteilchen-Zustand $|1,2\rangle$ beschreiben. Dieser Zustand enthält dabei die Information über das Gesamtsystem der beiden Photonen. Wir kommen darauf zurück.

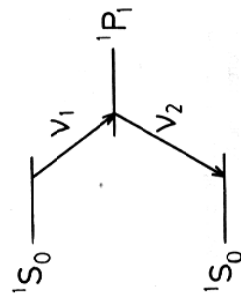


Abb. 4 Erzeugung eines 2-Photonen-Zustands mit EPR-Korrelationen in einer atomaren Kaskade im Kalzium.

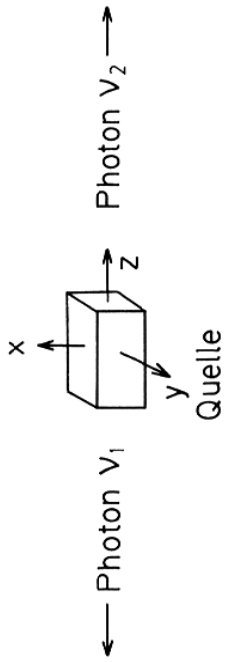


Abb. 5 Ausbreitung der Kaskadenphotonen.

Wir diskutieren nicht irgendein beliebiges Paar von Photonen, sondern zwei zusammengehörige Kaskadenphotonen. Wesentlich für das Folgende ist die gemeinsame Vergangenheit dieser beiden Photonen. Wir werden sehen, daß sie nie mehr abschütteln können. Dies wird uns zwingen, sie auch dann noch als ein einziges Gesamtsystem anzusehen, wenn die beteiligten Photonen einzeln an weit voneinander entfernten Orten registriert werden. Bevor wir uns damit genauer befassen, wollen wir uns zunächst der Frage zuwenden, wie im vorliegenden Fall der Zustand quantenmechanisch als Vektor zu beschreiben ist. Hierzu gehen wir *induktiv* vor. Ausgehend von einem Experiment wird der quantenmechanische Zustand erraten. Die sich aus ihm ergebenden Prognosen werden dann wiederum in Experimenten getestet.

3.3. Grunderfahrungen und quantenmechanische Beschreibung

Beginnen wir also mit einer Ausgangserfahrung. Wir lassen hierzu die beiden Photonen jeweils auf einen Zwei-Kanal-Analysator auffallen. Abbildung 6 zeigt die beiden Analysatoren für den Spezialfall paralleler Ausrichtung der Analysatorrichtungen. Wir betrachten zunächst nur die Messung an einem Photon, durchgeführt zum Beispiel mit Hilfe des Analysators I. Da die Photonen nunmehr zirkular polarisiert sind, sind die beiden Richtungen a und $\perp a$ gleichberechtigt. Entsprechend wird auch bei der Messung in fünfzig Prozent der Fälle die Polarisation a und in fünfzig Prozent die Polarisation $\perp a$ registriert. Für die Einzelmessung ist keine sichere Prognose möglich. Bei zirkular polarisierten Photonen ist das auch nicht anders zu erwarten.

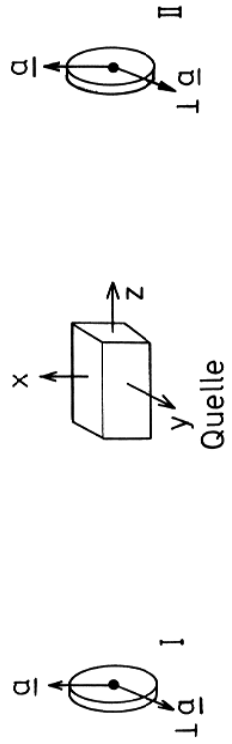


Abb. 6 Polarisationsmessungen an 2-Photonen-Zuständen mit parallel ausgerichteten Analysatoren I und II.

Erst Messungen an Photonenpaaren bringen die Überraschung: Wenn man neben dem Photon in I auch den zugehörigen Partner in II mißt, dann stellt man zunächst wieder fest, daß in fünfzig Prozent der Fälle im Analysator I die Polarisation a und in fünfzig Prozent der Fälle die Polarisation $\perp a$ gemessen wird. Als verblüffendes weiteres Ergebnis tritt nun aber hinzu, daß immer dann, wenn im Analysator I die Polarisation a registriert wird, auch im Analysator II ohne jede Ausnahme die Polarisation a vorgefunden wird. Ebenso ist stets die Polarisation $\perp a$ in I mit der Polarisation $\perp a$ in II verknüpft. Bei Messungen am Photonenpaar kann also bei der vorliegenden Versuchsanordnung mit Sicherheit aus dem Ergebnis an einem Analysator auf das Ergebnis am anderen Analysator geschlossen werden. Das gilt entsprechend der Richtungsunabhängigkeit der zirkularen Polarisation für jede Richtung a , wenn nur die beiden Analysatoren parallel wie in Abbildung 6 ausgerichtet sind. Dabei ist nicht wesentlich, welches Photon aus einem Paar zuerst auf den entsprechenden Analysator trifft. Man findet in jedem Fall eine *hundertprozentige Korrelation* der Meßergebnisse an Photonenpaaren. Soweit der experimentelle Befund. Wie angekündigt wollen wir nun induktiv vorgehen und auf der Grundlage der bisherigen Messungen den quantenmechanischen Zwei-Photonen Zustand erraten.

Dafür müssen wir den Vektorformalismus auf Zwei-Teilchen-Systeme erweitern. Wir werden also dem Photonenpaar mit gemeinsamer Vergangenheit einen einzigen Zustandsvektor zuordnen. Hierzu führen wir einen Vektor mit zwei Stellen $|, >$ ein. Die erste Stelle ist dem Photon Nummer 1 (das im Analysator I registriert wird) zugeordnet. Die zweite Stelle entspricht dem Photon Nummer 2: $| \text{Photon 1, Photon 2} >$. Der *Zwei-Photonen-Zustand* $| \uparrow, \uparrow >$ soll dabei zwei Photonen mit Polarisation in a -Richtung bezeichnen. Entsprechend werden zwei Photonen mit Polarisation in $\perp a$ -Richtung durch $| \checkmark, \checkmark >$ beschrieben. Wir behaupten dann, daß die folgende Linearkombination, in die diese beiden Zustände gleichwertig eingehen, für unseren Fall den richtigen Zwei-Photonen-Zustandsvektor liefert:

$$| \text{Photon 1, Photon 2} > = | 1,2 > = \frac{1}{\sqrt{2}} (| \uparrow, \uparrow > + | \checkmark, \checkmark >) \quad (3)$$

Wir prüfen zunächst, ob die bisher beschriebenen Messungen damit richtig wiedergegeben werden. Die hierzu eigentlich nötige mathematische Prozedur bilden wir in einem physikalischen Prozeß ab. Wir denken uns die beiden Messungen in I und II nacheinander ausgeführt. Falls dann die Messung in I die Polarisation a ergibt, ist durch diese Messung der Zwei-Teilchen-Zustand auf denjenigen Zustand aus der Linearkombination in (3) reduziert, der gerade wiedergibt, daß das Photon 1 die Polarisation a hat. Dies ist der Zustand $| \uparrow, \uparrow >$. An diesem Zustand nun wird an dem Analysator II die Messung der Polarisationsrichtung durchgeführt. Dann liegt aber für das Photon 2 bereits mit Sicherheit fest, welche Polarisationsrichtung registriert werden kann. Es läßt sich an $| \uparrow, \uparrow >$ unmittelbar ablesen, daß es die Polarisation a sein muß. Falls im Analysator I die Richtung $\perp a$ registriert wird, gelten die entsprechenden Überlegungen mit dem Zustand $| \checkmark, \checkmark >$. Der Ansatz (3) beschreibt also die bisherigen Messungen korrekt. Wir halten fest, daß die Messung an korrelierten Photonenpaaren richtig wiedergegeben werden, wenn diese Paare in einem einzigen Zwei-Photonen-Quantenzustand $| 1,2 >$ gemäß (3) beschrieben werden.

3.4. Experimentelle Bestätigung

Nachdem wir so – ausgehend von einer Grunderfahrung – in einem zweiten Schritt vorläufig eine theoretische Beschreibung abgelesen haben, muß diese nun in einem dritten Schritt experimentell getestet werden. Wir müssen eine Prognose wagen und das dazugehörige Experiment diskutieren. Hierzu betrachten wir eine einfache Abänderung der experimentellen Anordnung: wir verdrehen den Analysator II. Die gegenüber dem Analysator I verdrehten Richtungen bezeichnen wir zum Zwecke der Unterscheidung mit \mathbf{b} und $\perp \mathbf{b}$ (Abbildung 7).

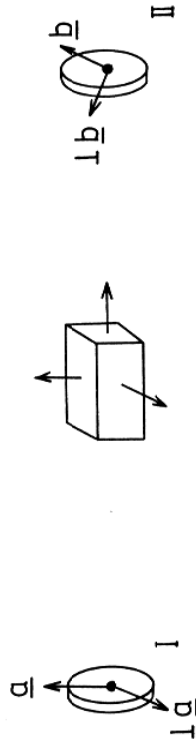


Abb. 7 Polarisationsmessungen an 2-Photonen-Zuständen mit gegeneinander gedrehten Analysatoren I und II.

Zur Erarbeitung der Prognose mit Hilfe der gleichen Prozedur wie oben betrachten wir zunächst wieder die Messung am Analysator I. Ebenso wie in dem oben beschriebenen Fall (Abbildung 6) erwarten wir, daß in fünfzig Prozent der Fälle die Polarisation \mathbf{a} und in fünfzig Prozent der Fälle die Polarisation $\perp \mathbf{a}$ registriert wird. Was ist dabei jetzt für den verdrehten Analysator II zu erwarten, wenn wir konsequent eine quantenmechanische Beschreibung nach unserem Vektormodell zu Grunde legen? Nehmen wir an, es würde im Analysator I die Polarisation \mathbf{a} registriert. Dann wird der quantenmechanische Zwei-Photonen-Zustand $|1, 2\rangle$ wiederum in den Zustand $|\uparrow, \uparrow\rangle$ überführt, der gerade beschreibt, daß das Photon 1 die Polarisation \mathbf{a} hat. Damit ist aber auch zwingend festgelegt, mit welcher Polarisation das Photon 2 auf den Analysator II zuläuft. Es tut dies mit genau derselben Polarisation, also in diesem Falle mit \mathbf{a} . Dies ist die erste Stelle, an der wir an unserer Prognose entscheidend von der Quantenmechanik Gebrauch machen. Für das Folgende erinnern wir uns an die im Zusammenhang mit Abbildung 2 durchgeführten Überlegungen.

Auf den verdrehten Analysator II läuft ein Photon mit Polarisation \mathbf{a} zu. Die Wahrscheinlichkeit, daß im Analysator II an diesem Photon die Polarisation \mathbf{b} oder $\perp \mathbf{b}$ registriert wird, ergibt sich dann aus dem Diagramm von Abbildung 8. Der Winkel Θ ist der Winkel, um den die beiden Analysatoren gegeneinander verdreht sind. Das Quadrat der Projektionen des Vektors \mathbf{a} auf die Vektoren \mathbf{b} bzw. $\perp \mathbf{b}$ gibt dabei nach der Quantenmechanik die Wahr-

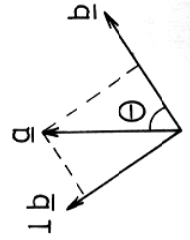


Abb. 8 Polarisations- und Analyseerichtungen beim 2-Photonen-Experiment.

scheinlichkeiten an, die entsprechenden Polarisationen im Analysator II zu messen. Wie immer in der Quantenmechanik werden diese Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeiten durch Messung an einer Vielzahl von Paaren von Kaskadenphotonen ermittelt. Ohne an dieser Stelle quantitativ auf die Messungen eingehen zu wollen, läßt sich als Ergebnis der tatsächlichen Experimente festhalten: Es wird genau das registriert, was quantenmechanisch zu erwarten ist. Wir kommen auf die Einzelheiten zurück. Damit ist zum einen unser induktiv gewonnener formelmäßiger Ansatz (3) für den Zwei-Photonen-Zustand $|1, 2\rangle$ der Kaskadenphotonen gerechtfertigt. Zum anderen haben wir für diese *Zwei-Teilchen-Systeme mit gemeinsamer Vergangenheit (korrelierte Photonenpaare)* die Quantenmechanik bestätigt.

Man mag an dieser Stelle einwenden: Wen wundert es schon, daß sich die Quantenmechanik wieder einmal als richtig erweist? Das war doch zu erwarten. Aus der gemeinsamen Vergangenheit der Photonen folgen korrelierte Eigenschaften. Wir wollen daher zunächst festhalten, daß wir oben einem durchaus verblüffendem Phänomen begegnet sind, das wir so sonst in der Physik nicht kennen. Dabei soll aber unsere Ausgangsfrage, ob wir auch dieses neue Quantenphänomen nicht doch letztlich in anschaulicherer Weise im Rahmen einer erweiterten Klassischen Mechanik begründen können, nicht aus dem Blick verloren werden.

4. New Age und Esoterik: Hängt in der Welt alles mit allem zusammen?

4.1. Makroskopische Quantenmechanik

Bevor wir zu einer quantitativen Analyse des Experiments übergehen, wollen wir einen Augenblick bei der Interpretation der bereits bisher ablesbaren Aussagen verweilen. Im tatsächlich durchgeführten Experiment haben die beiden Analysatoren einen Abstand von etwa zwölf Metern voneinander. Das quantenmechanische System „Photonenpaar“ hat daher in diesem Experiment Ausmaße von vielen Metern. Trotzdem lassen sich die beiden räumlich weit auseinanderliegenden Messungen als Messungen an einem einzigen Zwei-Teilchen-System quantenmechanisch beschreiben. Es liegt also ein *makroskopischer quantenmechanischer Effekt* vor. Dadurch wird ein weiteres Mal deutlich, daß die Quantenmechanik keineswegs auf die Beschreibung der Physik im Kleinen beschränkt ist. Die Quantenmechanik beschreibt vielmehr Phänomene aus einem bestimmten Erfahrungsbereich, den man den Quantenbereich nennen könnte. An den beiden sich voneinander entfernenden Photonen hätte man die beiden Messungen auch erst dann durchführen können, wenn sie einen noch größeren (im Prinzip beliebig großen) Abstand voneinander haben. Objekte aus dem Quantenbereich können also sehr große makroskopische Ausmaße haben.

Wir betonen, daß die beiden Photonen untereinander keine Wechselwirkung haben. Für das Auftreten des Effektes reicht es, daß es sich um Photonen mit gemeinsamer Vergangenheit handelt, die in einem speziellen Erzeugungsprozeß als ein spezielles Zwei-Photonen-System entstanden sind. In diesem besonderen Fall bleiben die Meßergebnisse an den beiden Photonen auch dann stets korreliert, wenn zwischen ihnen makroskopische Abstände vorliegen. Diese speziellen Korrelationen werden *Einstein-Podolsky-Rosen-Korrelationen (EPR-Korrelationen)* genannt. Um es noch einmal zu wiederholen: Es liegen nicht irgend zwei beliebige Photonen vor. Obwohl die beiden Photonen nicht mit Hilfe einer zusätzlichen Wechselwirkung aufeinander Einfluß nehmen, handelt es sich dennoch bei Kaskadenphotonen nicht um zwei voneinander unabhängige Photonen, wie wir sie etwa im Lichtstrahl einer

Taschenlampe finden würden. Wichtig ist vielmehr, daß es sich um einen einzigen makroskopischen quantenmechanischen Zwei-Photonen-Zustand handelt, der auf besondere Weise erzeugt wurde. Und der hat die Eigenschaft, daß wir nach Kenntnis des Meßergebnisses im Analysator I auch im Fall einer gleichzeitigen oder früheren Messung am zweiten Photon im Analysator II eine Aussage über das dortige Meßergebnis machen können. Die beiden Meßergebnisse sind korreliert. Sind die beiden Analysatoren parallel ausgerichtet, wissen wir das Ergebnis mit Sicherheit. Bei gegeneinander verdrehten Analysatoren ist nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage möglich. Wir finden also ein *ganzzheitliches*, auch *holistisch* genanntes Verhalten. Dieses Quantensystem wird nach Schrödinger auch ein *verschränktes System* genannt.

4.2. Holismus

Das Stichwort „holistisch“ führt auf eine aktuelle Debatte, die mit Schlagworten wie „New Age“ und „Esoterik“ verknüpft ist und insbesondere in populärwissenschaftlichen Büchern und Sendungen geführt wird. Dort wird häufig die Ansicht vertreten, daß die Physiker mit der Quantenmechanik gezeigt hätten, daß in der Welt alles mit allem zusammenhängt. Als Beleg für diesen extremen Holismus wird dann gerade die Existenz der oben beschriebenen EPR-Korrelationen angeführt. Was ist von dieser Argumentation zu halten? Es liegt offenbar, wie häufig schon, eine *weltanschauliche Überforderung* der Physik vor, die dadurch entsteht, daß man spezielle Ergebnisse mit wohldefiniertem Anwendungsbereich unzulässig verallgemeinert: wir haben gesehen, es gibt Systeme mit EPR-Korrelationen und diese Systeme haben durchaus makroskopische Ausmaße. Nur folgt daraus nicht, daß alle Systeme, die aus zwei Objekten in makroskopischen Abstand zueinander bestehen – also z.B. ein Tisch und ein Stuhl – auch EPR-Korrelationen zeigen. Das tun sie in aller Regel eben nicht. Um verschränkte Systeme zu erzeugen, benötigt man ganz spezielle experimentelle Anordnungen. Und die Tatsache, daß die entsprechenden Experimente zum Nachweis holistischer Effekte erst seit einigen Jahren erfolgreich durchgeführt werden können, zeigt, daß es einiger Experimentierkunst bedarf, um Systeme mit EPR-Korrelationen zu erzeugen. Wir sind also keineswegs im Alltag von solchen Systemen umgeben. Daß in der Welt nicht alles mit allem zusammenhängt, ist somit keine endlich überwundene falsche Theorie aus der Physik vergangener Jahrhunderte, sondern spiegelt die allgemeine Erfahrung aus der Alltagsphysik wieder. Und die sollte man nach wie vor ernst nehmen.

Die Messungen an den beiden Photonen können im Spezialfall auch gleichzeitig erfolgen. Heißt das, daß man die Korrelationen dazu ausnutzen kann, um mit Überlichtgeschwindigkeit Informationen von einem Analysator zum anderen zu übertragen oder um in die Vergangenheit zu wirken? Man sieht sofort, daß das unmöglich ist, denn Informationsübertragung setzt voraus, daß man bestimmen kann, welche Informationen übertragen wird. Und das gerade wird dadurch verhindert, daß man nur Wahrscheinlichkeiten angeben kann. Selbst wenn Analysator I und II parallel ausgerichtet sind, hat man keinen Einfluß darauf, ob in beiden Analysatoren a oder in beiden Analysatoren \perp a gemessen wird. Wir haben stets nur Wahrscheinlichkeitsaussagen über Paare von Meßergebnissen. In dem eben gekennzeichneten Fall, also die Aussagen: die gemessenen Polarisationen in I und II stimmen stets überein, und in fünfzig Prozent der Fälle wird zweimal a und in den anderen fünfzig Prozent zweimal \perp a gemessen. Hierauf läßt sich kein Telefonsystem aufbauen.

5. Klassische Theorien mit verborgenen Parametern

Das Beispiel der parallel ausgerichteten Analysatoren führt auf eine andere Idee und erinnert uns an unser Ausgangsproblem. Daß in zwei Messungen z.B. spezielle Paare von Meßergebnissen zwingend miteinander verknüpft auftreten, ist eigentlich eine wohlvertraute Alltags Erfahrung. Warum bemüht man dann überhaupt die Quantenmechanik und betreibt rechnerischen und begrifflichen Aufwand, um solche und ähnliche Phänomene zu beschreiben? Sind der entsprechende Holismus und die EPR-Korrelationen nicht etwas Wohlvetrautes? Wir wollen also zur zentralen Frage zurückkehren, ob nicht alles im Rahmen einer möglicherweise leicht modifizierten klassischen Physik beschreibbar ist.

Der Verdacht liegt durchaus nahe. Das folgende Beispiel belegt das. Denken wir uns einen Mann, der regelmäßig im Winter Handschuhe trägt. Eines Morgens geht dieser Mann aus dem Hause, greift in die Manteltasche und findet dort z.B. nur seinen rechten Handschuh vor. Dann weiß er, daß wenn jemand zur gleichen Zeit zu Hause seinen zweiten Handschuh findet, es sich mit Sicherheit um den linken Handschuh handeln wird. Wir finden also vollständige Korrelationen der beiden instantan gewonnenen „Meßergebnisse“. Zu ihrer Erklärung brauchen wir nirgendwo quantenmechanische Beschreibungen. Sind die EPR-Korrelationen der Polarisationen bei unserem speziellen Zwei-Photonen-System vielleicht von derselben Art wie die Korrelationen zwischen linkem und rechtem Handschuh? Wäre vielleicht ein entsprechend verfeinertes „Handschuhmodell“ ein gutes klassisches Modell für die Beschreibung von EPR-Korrelationen? Um das zu beantworten, reicht unsere bisherige rein qualitative Beschreibung der Experimente an den Photonenpaaren offenbar nicht aus. Wir müssen *quantitative* Aussagen gewinnen und prüfen, ob sie mit Hilfe klassischer Theorien abgeleitet werden können. Bevor wir dies tun zunächst noch eine Vorbemerkung.

Die einfachsten Alternativtheorien zur Quantenmechanik sind *klassische Theorien mit verborgenen Parametern*. Seit es die Quantenmechanik gibt, gibt es auch Versuche, mit Hilfe solcher Theorien die Phänomene der Quantenmechanik klassisch zu begründen. Die Grundidee dabei ist, daß die für die Quantenmechanik typischen Wahrscheinlichkeitsaussagen auf einer unvollständigen Kenntnis an sich stets wohlbestimmter klassischer Parameter beruht. Alle Systeme sind in diesem Sinne ganz und gar im Rahmen der klassischen Mechanik zu beschreiben, sie besitzen allerdings zusätzliche Variable, die sich bisher unserer direkten Beobachtung entzogen haben, eben die *verborgenen Parameter*. Führt man diese verborgenen Parameter nun explizit in die theoretische Beschreibung ein, so wird dadurch eine klassische deterministische Beschreibung möglich, in der alle Teilchen zu jeder Zeit alle ihre Eigenschaften in eindeutiger Weise besitzen.

Im Fall der Photonenpolarisationen wäre ein sehr simples Modell mit verborgenen Parametern das Folgende: die beiden Photonen sind linear polarisiert. Die Polarisationsrichtungen ließen sich wie in Abbildung 9 durch kleine Pfeile darstellen. Das Photon „paßt“ nur dann



Abb. 9 Ein naives Modell mit verborgenem Parameter.

durch den jeweiligen Analysator, wenn dessen Richtung mit der Polarisationsrichtung des auftretenden Photons übereinstimmt. Nur in diesem Fall spricht der Analysator an. Die Polarisation ließe sich gewissermaßen durch einen kleinen Stab und der Analysator durch einen kleinen Schlitz repräsentieren. Um nun die ganze Vielfalt der oben bereits beschriebenen Meßergebnisse wiederzugeben, müssen wir darüber hinaus annehmen, daß die Quelle verschiedene Sorten von Teilchenpaaren emittiert. Da gibt es einmal Paare mit parallelen Anordnungen der Vektoren, die aber bezüglich der x-y-Richtung von Abbildung 6 noch verschiedene Orientierungen aufweisen können. Darüber hinaus muß es aber auch Paare geben, bei denen die Vektoren in einem Winkel zueinander stehen, wobei zu vorgegebenem Winkel noch verschiedene Orientierungen bezüglich der x-, und y-Achse der Quelle möglich sein müssen. In Abbildung 9 sind einige solcher Paare gezeichnet. Der verborgene Parameter λ wäre in diesem Fall durch die Winkel für die verschiedenen Orientierungen gegeben. Jeder Sorte von Teilchen wird ein verschiedener Wert des verborgenen Parameters λ zugeordnet. Typischerweise muß dann noch angegeben werden, mit welcher Häufigkeit die Quelle Teilchenpaare der Sorte λ emittiert.

Um Mißverständnissen vorzubeugen: es soll im Folgenden nicht darum gehen, dieses ganz spezielle Modell mit verborgenen Parametern zu widerlegen. Es gibt viele physikalische Gründe dafür, warum das beschriebene Modell zu naiv ist. Wir wollen vielmehr auf Grund einer ganz allgemeinen Überlegung gleich die gesamte Klasse aller lokalen klassischen Theorien mit verborgenen Parametern widerlegen. Unter *lokal* wird dabei verstanden, daß in diesen Theorien das einzelne Teilchen nur bei Auftreffen mit dem jeweiligen Meßapparat wechselwirkt. Die Teilchen sollen nicht noch einmal untereinander wechselwirken können, sodaß ein Teilchen im Augenblick seiner Messung nicht dem anderen Teilchen noch mitteilen kann, welcher Meßwert soeben an ihm registriert wird. Das in Abbildung 9 skizzierte naive Modell gibt das wieder. Ob bei einem einzelnen Teilchenpaar das Teilchen 1 durch den „Schlitz“ des Analysators I „paßt“, ist unabhängig davon, was der Analysator II am Teilchen 2 mißt und umgekehrt.

6. Quantenmechanische Beschreibung des Orsay-Experiments

Wir hatten schon betont, daß eine Entscheidung zwischen der Quantenmechanik und den nunmehr etwas näher charakterisierten klassischen Alternativtheorien nur dann gelingt, wenn die Anwendung der beiden Theorien auf unser Zwei-Photonen-System qualitativ so detailliert durchgeführt wird, daß Meßwerte zahlenmäßig prognostiziert werden können. Unterschiedliche Aussagen über Meßwerte ermöglichen es dann, mindestens eine der beiden Theorien in einem Experiment zu *falsifizieren*. Wir wollen diese qualitative Analyse im Folgenden durchführen. Dabei wird es auch darum gehen, die fachdidaktische These dieses Artikels zu belegen, daß die theoretisch-physikalische Durchführung mit Mitteln der Schulmathematik und Schulphysik z.B. zum Abschluß eines Leistungskurses „Quantenmechanik“ möglich ist.

6.1. Korrelationskoeffizient

Wir beginnen mit der quantenmechanischen Behandlung. Im Sinne des didaktischen Prinzips eines zyklischen Durchlaufens des Stoffes wiederholen wir die im Abschnitt 3 angestellten

Überlegungen und präzisieren sie zugleich qualitativ. Hierzu müssen wir zunächst einmal festlegen, welches denn die *Meßwerte* sein sollen, die bei den beiden Analysatormessungen am Zwei-Photonen-System gewonnen werden. Wir führen hierzu die Größe $s(\mathbf{a})$ bzw. $s(\mathbf{b})$ ein. $s(\mathbf{a})$ soll den Wert $+1$ haben, wenn im Analysator I die Polarisation a gemessen wird und den Wert -1 , wenn die Polarisation \perp a registriert wird. Entsprechendes gilt wie in Abbildung 10 eingezeichnet für $s(\mathbf{b})$. Für jede einzelne Doppelmessung an einem Zwei-Photonen-System ist dann als Meßwert der Wert des Produktes

$$s(\mathbf{a})s(\mathbf{b}) = \pm 1 \tag{4}$$

festgelegt. Er kann $+1$ oder -1 sein. Die Quantenmechanik macht Aussagen über Mittelwerte von Messungen. Wir werden also die einzelnen Ergebnisse (4) über viele Messungen zu mitteln haben. Die sich dann ergebende quantenmechanische Meßgröße soll *Korrelationskoeffizient* $E(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ heißen:

$$E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \overline{s(\mathbf{a})s(\mathbf{b})} \tag{5}$$

Der Querstrich deutet dabei die Mittelung an. Alle mathematischen und begrifflichen Hilfsmittel zur rechnerischen Behandlung des Korrelationskoeffizienten stehen uns bereits zur Verfügung. Wir wollen die Situation in Abbildung 10 formelmäßig erfassen. Die Wahrscheinlichkeit, daß im Analysator I die Polarisationsrich-

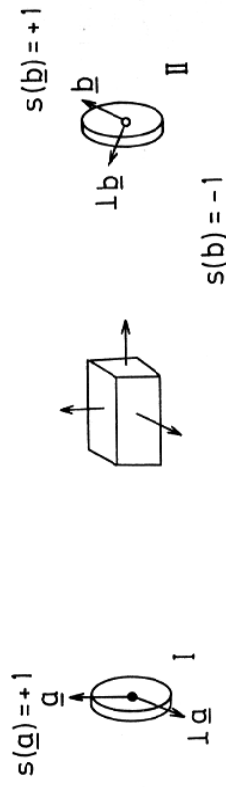


Abb. 10 Zuordnung von Meßwerten zu den Ergebnissen der Polarisationsmessungen.

tung a registriert wird, ist $1/2$. Die für die Registrierung von \perp a ist ebenfalls $1/2$. Die Wahrscheinlichkeit im Analysator I für $s(\mathbf{a})$ die Werte $+1$ oder -1 zu registrieren, ist somit

$$P_+(a) = \frac{1}{2}, \quad P_-(a) = \frac{1}{2} \tag{6}$$

Wenn im Analysator I die Polarisationsrichtung a registriert wird, dann können wir die Wahrscheinlichkeiten für das Registrieren \mathbf{b} bzw. \perp \mathbf{b} im Analysator II wie oben bereits diskutiert am Diagramm in Abbildung 8 ablesen. So ist z.B. die Wahrscheinlichkeit die Polarisations \mathbf{b} zu registrieren durch das Quadrat der Projektion des Vektors \mathbf{a} auf den Vektor \mathbf{b} gegeben. Da wir mit normierten Vektoren arbeiten, ist sie einfach gleich $\cos^2 \Theta$, wobei Θ der Winkel zwischen \mathbf{a} und \mathbf{b} ist. Die Wahrscheinlichkeit P_{++} , daß sowohl für $s(\mathbf{a})$ als auch für $s(\mathbf{b})$ der Wert $+1$ registriert wird, ergibt sich als eine bedingte Wahrscheinlichkeit: sie ist das Produkt aus den beiden entsprechenden Einzelwahrscheinlichkeiten. Die Gleichung (7a) gibt den

entsprechenden Wert wieder. Diese Wahrscheinlichkeit gehört dann zum Meßwert +1 für die Meßgröße $s(\mathbf{a})s(\mathbf{b})$.

$$P_{++} = P_+(\mathbf{a}) \cos^2 \Theta = \frac{1}{2} \cos^2 \Theta \iff s(\mathbf{a})s(\mathbf{b}) = +1 \tag{7a}$$

Die anderen bedingten Wahrscheinlichkeiten ergeben sich entsprechend:

$$P_{+-} = P_+(\mathbf{a}) \sin^2 \Theta = \frac{1}{2} \sin^2 \Theta \iff s(\mathbf{a})s(\mathbf{b}) = -1 \tag{7b}$$

$$P_{--} = P_-(\mathbf{a}) \cos^2 \Theta = \frac{1}{2} \cos^2 \Theta \iff s(\mathbf{a})s(\mathbf{b}) = +1 \tag{7c}$$

$$P_{-+} = P_-(\mathbf{a}) \sin^2 \Theta = \frac{1}{2} \sin^2 \Theta \iff s(\mathbf{a})s(\mathbf{b}) = -1 \tag{7d}$$

Der Wert für den quantenmechanischen Mittelwert (5), also für den Korrelationskoeffizienten $E^{OM}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$, folgt schließlich, indem man den jeweiligen Meßwert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert und dann addiert:

$$E^{OM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_{++} - P_{+-} + P_{--} - P_{-+} \tag{8}$$

Auswertung mit Hilfe von (7) führt unmittelbar auf:

$$E^{OM}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \cos^2 \Theta - \sin^2 \Theta = \cos 2 \Theta \tag{9}$$

6.2. Kombierter Korrelationskoeffizient

Soviel zur quantenmechanischen Berechnung des Korrelationskoeffizienten. Für den angestrebten Vergleich mit der klassischen Alternativtheorie mit verborgenen Parametern wird es sich als sinnvoll erweisen, noch einen Schritt weiter zu gehen und einen kombinierten Korrelationskoeffizienten einzuführen, der die Korrelationskoeffizienten zu vier Vertretungswinkel der Analysatoren miteinander verknüpft. Wir führen wie in Abbildung 11 vier Richtungen ein, die sich jeweils um einen Winkel Θ unterscheiden. Wenn man nun im entsprechenden Mittelwerte aus den Meßwerten bildet, dann soll der *kombinierte Korrelationskoeffizient* $S(\Theta)$ durch

$$S(\Theta) = E(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E(\mathbf{a}, \mathbf{b}') - E(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E(\mathbf{a}', \mathbf{b}') \tag{10}$$

definiert sein. Man beachte den Wechsel im Vorzeichen.

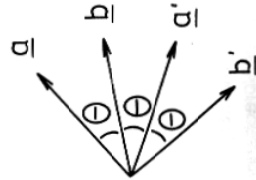


Abb. 11 Orientierungen der Analysrichtungen wie sie in den kombinierten Korrelationskoeffizienten $S(\Theta)$ eingehen.

Die quantenmechanische Auswertung mit Hilfe von Gleichung (9) ist einfach:

$$S^{OM}(\Theta) = 3 \cos 2 \Theta - \cos 6 \Theta \tag{11}$$

Für den speziellen Winkel $\Theta = 22,5^\circ$ läßt sich der quantenmechanische kombinierte Korrelationskoeffizient S^{OM} direkt ablesen:

$$S^{OM}(\Theta = 22,5^\circ) = 2 \sqrt{2} = 2,83 \tag{12}$$

Es ist zugleich der Maximalwert von S^{OM} . Es wird sich als entscheidend erweisen, daß quantenmechanisch für S der Wert 2 deutlich überschritten wird.

6.3. Meßkurve

Mit der Gleichung (11) haben wir für alle Winkel Θ die Prognose der Quantenmechanik für die Meßergebnisse gewonnen. Wir können nun mit den aus dem Experiment gewonnenen Daten vergleichen. Das Experiment ist von Aspect und Mitarbeitern 1982 in Orsay durchgeführt worden [2]. Es geht dabei in seinem Aufbau auf einen Vorschlag von Clauser und Mitarbeiter aus dem Jahre 1969 zurück [3]. In Abbildung 12 sind die Resultate zusammengefaßt. Die durchgezogene Linie stellt die theoretische Kurve dar, wie sie sich aus der quantenmechanischen Formel (11) für den kombinierten Korrelationskoeffizienten S^{OM} als Funktion des Winkels Θ von Abbildung 11 ergibt. Die Meßwerte folgen für alle Winkel sehr gut dieser theoretischen Kurve. Die quantenmechanische Prognose wird also in allen Einzelheiten vollständig bestätigt. Wichtig ist dabei, daß die theoretische Kurve weit in den Bereich $|S| > 2$ hineinschwingt und daß die Meßpunkte diese Verhalten tatsächlich reproduzieren. Wir haben nun nach Vorliegen der Meßergebnisse zu vergleichen und fragen hierzu: welche Kurven ergeben die lokal deterministischen klassischen Alternativtheorien.

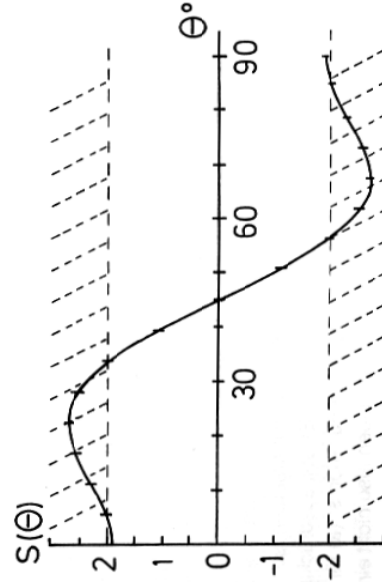


Abb. 12 Kombierter Korrelationskoeffizient $S(\Theta)$ zu verschiedenen Orientierungswinkeln Θ . Die durchgezogene Linie ist das theoretische quantenmechanische Ergebnis. Die Punkte darauf sind die experimentellen Resultate. Die gestrichelte Region ist der gemäß der Bellischen Ungleichung für lokale Theorien mit verborgenen Parametern verbotene Bereich.

7. Beschreibung in lokalen Theorien mit verborgenen Parametern: Bellsche Ungleichung

7.1. Das Modell

Wir wollen klassische Alternativmodelle in einheitlicher Weise theoretisch-physikalisch qualitativ fassen. Dazu nehmen wir an, daß aus der Quelle verschiedene Sorten von Photonenpaaren emittiert werden. Der jeweiligen Sorte wird ein Parameter λ aus dem reellen Intervall I zugeordnet. Dies ist der *verborgene Parameter*. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photonenpaar mit einem Parameterwert λ aus dem Intervall $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ emittiert wird, soll mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsdichte $\varrho(\lambda)$ beschrieben und durch $\varrho(\lambda) d\lambda$ gegeben sein. Die Wahrscheinlichkeit wird dabei wie üblich über eine relative Häufigkeit, also letztlich als ein Mittelwert bestimmt. Dies entspricht dem Vorgehen im Experiment. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist stets positiv

$$\varrho(\lambda) \geq 0 \tag{13}$$

und das Integral über die Wahrscheinlichkeitsdichte über das Intervall I ist gleich eins:

$$\int_I \varrho(\lambda) d\lambda = 1 \tag{14}$$

Wir wollen in unserer Alternativtheorie mit Hilfe des verborgenen Parameters λ den *Klassischen Determinismus* wiedergeben. Daher gehen wir davon aus, daß es eine – uns im allgemeinen unbekannte – Funktion $s^{\pm}(\mathbf{a})$ gibt, die zu gegebenem Wert λ , also zu gegebener Paarsorte, wenn im Analysator I die Orientierung \mathbf{a} vorliegt, das Meßergebnis am Einzelphoton eindeutig festlegt. Diese Funktion soll dabei die folgenden Werte annehmen können:

$$s^{\pm}(\mathbf{a}) = \begin{cases} +1 \\ -1 \\ 0 \end{cases} \tag{15}$$

Wir haben dabei den Wert 0 zugelassen, weil wir nicht ausschließen wollen, daß auf den Analysator I ein Photon mit einer „Orientierung“ auftritt, die weder durch den „Spalt“ \mathbf{a} noch durch den „Spalt“ $\perp \mathbf{a}$ paßt und daher keinen Meßwert liefert. Die linke Seite der Gleichung (15) spiegelt wider, daß es sich um eine *lokale Theorie* handelt: das Ergebnis der Messung im Analysator I hängt nicht von der Orientierung \mathbf{b} des Analysators II ab, denn in der Gleichung (15) taucht diese Orientierung \mathbf{b} nicht auf. Das Ergebnis im Analysator I ist vollständig durch den verborgenen Parameter λ determiniert. Wenn man weiß, von welcher Sorte das Photonpaar ist, das aus der Quelle emittiert wurde, und die Orientierung des Analysators I kennt, dann liegt auch das Meßergebnis an diesem Analysator fest und zwar unabhängig davon, wie man den Analysator II orientiert. Wenn wir in (15) \mathbf{a} durch \mathbf{b} ersetzen, so erhalten wir die Funktion, die die Verhältnisse am Analysator II beschreibt. Es soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, daß über die Gleichung (15) hinaus die Funktion $s^{\pm}(\mathbf{a})$ für die folgenden Überlegungen nicht weiter spezifiziert werden muß. Wir haben also nicht eine ganz spezielle Theorie mit verborgenen Parametern vor uns, sondern werden sogleich eine Aussage über die *ganze Klasse* von Theorien mit verborgenen Parametern gewinnen. Auch in der Theorie mit verborgenen Parametern wird der Korrelationskoeffizient durch Mittelwertbildung gewonnen. Zu vorgegebenen Orientierungen \mathbf{a} und \mathbf{b} integriert man in diesem Fall über die für die verschiedenen Paarsorten gewonnenen Meßwerte $s^{\pm}(\mathbf{a}) s^{\pm}(\mathbf{b})$ auf.

Da die verschiedenen Teilchensorten verschieden häufig auftreten können, ist dabei vor der Integration mit der Wahrscheinlichkeit $\varrho(\lambda)$ zu multiplizieren:

$$E^{VP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = s(\mathbf{a}) s(\mathbf{b}) = \int_I s^{\pm}(\mathbf{a}) \cdot s^{\pm}(\mathbf{b}) \varrho(\lambda) d\lambda \tag{16}$$

Bei der quantenmechanischen Auswertung sind wir zum kombinierten Korrelationskoeffizienten (10) übergegangen. Das müssen wir auch hier tun. Der entsprechende Ausdruck ist:

$$S^{VP}(\mathbf{e}) = E^{VP}(\mathbf{a}', \mathbf{b}) + E^{VP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + E^{VP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) - E^{VP}(\mathbf{a}, \mathbf{b}') \tag{17}$$

7.2. Bellsche Ungleichung

Wir substituieren in (17) den Ausdruck (16) und fassen geeignet zusammen:

$$S^{VP} = \int_I \{ \underbrace{s^{\pm}(\mathbf{a}') [s^{\pm}(\mathbf{b}) + s^{\pm}(\mathbf{b}')] + s^{\pm}(\mathbf{a}) [s^{\pm}(\mathbf{b}) - s^{\pm}(\mathbf{b}')] }_{\substack{\pm 2 \longleftarrow \\ 0 \longleftarrow \\ \pm 1 \longleftarrow \\ 0 \longleftarrow}} \} \varrho(\lambda) d\lambda \tag{18}$$

Berücksichtigen wir, daß gemäß (15) s^{\pm} nur die Werte $+1$, -1 und 0 annehmen kann, so können die beiden eckigen Klammern in (18) nur die dort angegebenen Kombinationen von Werten annehmen: Sind $s^{\pm}(\mathbf{b})$ und $s^{\pm}(\mathbf{b}')$ beide $+1$ oder beide -1 , so ergibt sich in der linken eckigen Klammer $+2$ oder -2 und in der rechten eckigen Klammer 0 , entsprechend können die anderen möglichen Wertkombinationen durchgespielt werden. Beachten wir, daß auch $s^{\pm}(\mathbf{a}')$ und $s^{\pm}(\mathbf{a})$ nur die Werte $+1$, -1 und 0 annehmen können, so kann der Wert der geschweiften Klammer unter dem Integral in Gleichung (18) insgesamt abgeschätzt werden. Er muß dem Betrag nach stets kleiner oder gleich 2 sein:

$$|\{ \dots \}| \leq 2 \tag{19}$$

Damit können wir aber in unserer lokalen Theorie mit verborgenen Parametern den kombinierten Korrelationskoeffizienten S^{VP} insgesamt abschätzen. Hierzu ziehen wir in einem ersten Schritt die Betragsstriche unter das Integral und erhalten eine Ungleichung. Wegen (13) reicht es, wenn die Betragsstriche nur an die geschweifte Klammer geschrieben werden. Wir können dann die Abschätzung (19) einsetzen und erhalten schließlich mit Gleichung (14) die folgenden Ungleichungen:

$$|S^{VP}| = \left| \int_I \{ \dots \} \varrho(\lambda) d\lambda \right| \leq \int_I |\{ \dots \}| \varrho(\lambda) d\lambda = \int_I |\{ \dots \}| \varrho(\lambda) d\lambda \leq 2 \int_I \varrho(\lambda) d\lambda = 2 \tag{20}$$

Wir schreiben die resultierende Ungleichung noch einmal heraus:

$$|S^{VP}| \leq 2 \tag{21}$$

Sie wird die *Bellsche Ungleichung* genannt und wurde in einer anderen Form von Bell zum ersten Mal 1964 aufgestellt [4] (eine Zusammenstellung der Arbeiten von Bell findet sich in [5]). Es ist ein ganz im Rahmen der klassischen Physik gewonnene Ungleichung, die ihre große Bedeutung aber erst im Theorievergleich mit der Quantenmechanik erhält. (21) gehört zu den fundamentalen Relationen der modernen Physik. Es ist bemerkenswert, wie wenig mathematischer und physikalischer Aufwand zu ihrer Ableitung betrieben werden muß.

Wir haben nunmehr mit Gleichung (21) auch für unsere klassische lokale Theorie mit verborgenen Parametern eine klare Prognose für den Ausgang der Experimente erhalten: Die Theorie sagt aus, daß der kombinierte Korrelationskoeffizient dem Betrage nach nie größer als zwei sein kann. Die Konsequenzen, die daraus zu ziehen sind, sind zwingend. Der experimentell angenommene Maximalwert für den kombinierten Korrelationskoeffizienten

$$S^{\text{Exp}}(\Theta = 22,5^\circ) = 2,697 \pm 0,015$$

(22)

ist mit (12) und (21) zu vergleichen. Der quantenmechanische theoretische Wert (12) wird aus bestimmten, auf die Einzelheiten der apparativen Anordnung zurückgehenden Gründen, nicht vollständig erreicht. Die durch die Theorie mit verborgenen Parametern gegebene Grenze wird allerdings weit überschritten. *Das Experiment widerlegt somit eindeutig lokale Theorien mit verborgenen Parametern.* Die von diesen Theorien begründeten Korrelationen sind nicht groß genug. Die im Experiment registrierten Korrelationen sind somit keine klassischen Korrelationen. Die Folgerung ist unvermeidlich: Es gibt zur Quantenmechanik keine (einfache) Alternative.

8. Zusammenfassung

Systeme aus zwei Photonen, die in einem einzigen Prozeß gemeinsam entstanden sind (Kaskadenphotonen), zeigen bei Polarisationsmessungen an den Einzelphotonen auch dann eine starke Korrelation der Meßergebnisse, wenn die Messungen an weit voneinander entfernten Orten stattfinden. Die theoretische Behandlung im Rahmen der Quantenmechanik gibt die Meßergebnisse exakt wieder. Der Versuch, die Meßergebnisse im Rahmen von (einfachen) klassischen Theorien zu begründen, wird hingegen durch das Experiment eindeutig widerlegt. Alle klassischen Theorien mit verborgenen Parametern, bei denen es verboten ist, daß das Teilchen I mit dem Teilchen II im Augenblick seiner Messung kommuniziert, – alle lokalen Theorien mit verborgenen Parametern also – prognostizieren gemäß der Bellschen Ungleichung ein geringeres Maß an Korrelation zwischen den Meßergebnissen und können daher die empirischen Werte nicht beschreiben. Die entsprechenden Versuche einer klassischen Beschreibung der physikalischen Wirklichkeit im Quantenbereich sind damit definitiv gescheitert: *es gibt keine (einfache) Alternative zur Quantenmechanik!* Nichtlokale klassische Theorien sind experimentell bisher nicht widerlegt. Hier müssen allerdings physikalische Mechanismen (wie z.B. die Ausbreitung mit Überlichtgeschwindigkeit) angenommen werden, die diese Theorien in jeder Hinsicht unanschaulicher und unphysikalischer als die auch sonst ausgezeichnet bestätigte Quantenmechanik machen. Verglichen mit diesen Theorien entwirft die Quantenmechanik das einfachere „Bild“ von der Wirklichkeit. Ihr ist daher der Vorzug zu geben.

Weltanschaulich müssen wir die Konsequenz ziehen, daß es in der Natur tatsächlich ganzheitliche Phänomene gibt. Diese Phänomene werden mit experimentellem Aufwand in speziellen Anordnungen erzeugt und beobachtet. Tatsächlich gelingt das erst seit wenigen Jahren in überzeugender Weise. Es finden sich daher auch keine verschränkten Systeme unter den Systemen, die uns im Alltag begegnen. Dennoch gibt es sie. Holistische (d.h. ganzheitliche) Phänomene sind damit Teil unserer physikalischen Wirklichkeit. Die uns vertraute und im Rahmen der klassischen Physik richtig beschriebene Realität im Bereich der Alltagsphysik bleibt davon allerdings unberührt. Die physikalische Forschung hat daher die Frage zu beantworten, wieso die holistischen Phänomene im Quantenbereich beim Grenzübergang zur klassischen Physik verlorengehen. Dies ist Gegenstand aktueller theoretischer Forschung.

9. Nachträge und Ergänzungen

Die Frage „Gibt es eine Alternative zur Quantenmechanik?“ ist oben im Kern beantwortet worden. Dabei wurde hinsichtlich didaktischer Motivation, theoretisch-physikalischer Analyse und experimenteller Grundlagen nur der unbedingte notwendige Minimalbestand an Informationen vorgestellt. Das Thema ist aber tatsächlich in ein großes Umfeld physikalischer und wissenschaftstheoretischer Diskussionen eingebettet, die bereits über viele Jahre hin geführt worden sind. Die Skizzierung dieses Umfeldes gehört zur fachdidaktischen Aufarbeitung des Themas. Sie kann hier aus Platzmangel nur noch stichwortartig und mit Hilfe von Verweisen auf Literatur erfolgen.

9.1. Experimentelle Einzelheiten

Die Orsay-Experimente sind von der Gruppe, die sie durchgeführt haben, im einzelnen in der Arbeit von Aspect und Grangier [6] beschrieben worden. Dieser Arbeit ist auch die Abbildung 12 entnommen. Dem aufmerksamen Leser wird nicht entgangen sein, daß der experimentelle Maximalwert (22) unter dem theoretischen Wert (12) liegt. Das tatsächliche Experiment kann die Werte des idealen Experimentes nicht erreichen. Da das Licht in endliche Raumwinkel ausgestrahlt wird und da Analysatordefekte auftreten, wird eine geringere Korrelation gemessen. Berücksichtigt man diese Einzelheiten, so ergibt sich für das reale Experiment als theoretischer Maximalwert aus der Quantenmechanik $S^{\text{QM}} = 2,70 \pm 0,05$. Hiermit steht dann der experimentelle Wert (22) in sehr guter Übereinstimmung. Um Einwänden von Vertretern von Theorien mit verborgenen Parametern zu begegnen, ist das Experiment tatsächlich durch eine abgeänderte Versuchsanordnung noch verbessert worden. Mit Hilfe optischer Schalter wurde die jeweilige Einstellung der Analysatoren erst festgelegt, als die Photonen bereits unterwegs waren. Dabei erfolgten die Festlegungen in I bzw. II unabhängig voneinander. Die Wahl einer Einstellung konnte also nicht durch die Messung am jeweils anderen Photon beeinflusst werden. Eine elementarisierte Darstellung wird in [7] gegeben.

9.2. Experimente anderen Typs

Neben der oben beschriebenen atomaren Quelle sind eine Vielzahl anderer atomarer Quellen für den Zwei-Photonen-Zustand mit EPR-Korrelationen verwendet worden. Daneben gibt es Experimente, die die Strahlung aus der Elektron-Positron-Vernichtung verwenden. Auch Spin-Korrelationsexperimente auf der Basis der niederenergetischen Proton-Proton-Streuung haben Anwendung gefunden. Alle diese Experimente sind in dem Übersichtsartikel von Duncan und Kleinpoppen [8] dargestellt. Eine ältere Übersichtsarbeit ist die von Clauser und Shimony [9]. Eine Zusammenstellung verschiedener Beiträge zum Thema findet sich in [10].

9.3. Einstein-Podolsky-Rosen-Paradoxon

Die oben beschriebene experimentelle Widerlegung von lokalen Theorien mit verborgenen Parametern gehört in den Umkreis der Debatte um die philosophische Deutung der Quantenmechanik. Einstein, Podolsky und Rosen (EPR) [11] haben 1935 die Frage gestellt: „Kann die quantenmechanische Beschreibung der physikalischen Wirklichkeit als vollständig betrachtet werden?“ Nachdem sie den Begriff der physikalischen Wirklichkeit und den Begriff der Vollständigkeit näher definiert haben, diskutieren sie Gedankenexperimente, die dem oben beschriebenen Experiment sehr ähnlich sind, und kommen zu dem Ergebnis, daß die Wellenfunktion keine vollständige Beschreibung der physikalischen Realität liefert. Eine experimentelle Realisierung der EPR-Situation wurde 1951 von Bohm vorgeschlagen [12]. Bohr hat dem sofort heftig widersprochen und begründet, warum die Quantenmechanik eine vollständige Beschreibung liefert. Es ist sehr interessant, ausgehend von den modernen Experimenten mit korrelierten Photonen und der Bellschen Ungleichung, die Einstein-Bohr-Debatte neu zu lesen. Eine didaktisch aufbereitete einführende Darstellung findet sich bei Schäfer und Kuhn [13]. Nützlich ist die Hinzuziehung der Artikel von Schmincke und Wiesner [14] zur Kopenhagener Deutung und von Schäfer [15] zu Theorien mit verborgenen Parametern, die beide für die Hand des Lehrers geschrieben sind (siehe auch Scheibe [16]). Weiterführende Literatur, auch zur Geschichte des Problems, findet sich in [13–15]. Der Briefwechsel zwischen Einstein und Born [17] spiegelt diese Auseinandersetzungen um die Quantenmechanik noch einmal in sehr anregender Weise wider.

9.4. New Age

Die New Age- und Esoterik-Diskussion ist wesentlich von dem Physiker Capra beeinflusst worden. Soweit in ihr überhaupt rationale Begründungen eine Rolle gespielt haben, ist vielfach zumeist ein Bezug zu dem holistischen Verhalten korrelierter Photonen hergestellt worden. Schüler werden mit diesen Aussagen außerhalb der Schule konfrontiert. Es ist deshalb gerade auch in diesem Zusammenhang für die Schule wichtig, zu einer Klärung der Begriffe und zu klaren Aussagen darüber zu kommen, was sich mit der Quantenmechanik belegen läßt und welche Aussagen auf einem Mißbrauch der Quantenmechanik beruhen. Kann man wie Capra aus der Quantentheorie folgern: „Jedes Ereignis wird vom gesamten Universum beeinflusst“ [18, S. 84] und „Jeder Teil des Universums ist zugleich das Ganze, und das

Ganze ist zugleich jeder Teil – alles Sein durchdringt sich gegenseitig“ [19, Umschlagtext]. Sind das nicht einfach sinnlose Sätze? Hier muß sich die Schule im Physikunterricht der Herausforderung stellen. Physik darf nicht weltanschaulich mißbraucht werden.

10. Zum Unterricht

10.1. Motivation

Die Behandlung der Bellschen Ungleichung und der experimentellen Widerlegung klassischer Theorien mit verborgenen Parametern kann am Ende eines Leistungskurses über Quantenmechanik stehen. Dieser Leistungskurs sollte dabei so angelegt sein, daß sich die Schüler auch tatsächlich mit der Nicht-Klassizität der Quantenmechanik haben auseinandersetzen müssen. Es muß deutlich geworden sein, daß das Bild, das die Quantentheorie von der Physik im Quantenbereich entwirft, so ganz anders ist als die gewohnten Bilder von der Alltagsphysik. Dann ist bei den Schülern aus einem mehr oder weniger starken Widerstreben heraus eine Spannung aufgebaut, und es besteht das Bedürfnis, eine überzeugende Antwort auf die Fragen zu erhalten: Ist die Wirklichkeit tatsächlich so? Ist die Quantenmechanik unvermeidbar? Ist nicht doch durch Modifikation der anschaulichen klassischen Physik eine praktikable Alternative zur Quantenmechanik konstruierbar?

10.2. Unterrichtsablauf

Das Vektormodell, in dem quantenmechanische Zustände durch normierte Vektoren dargestellt werden, geht über den üblichen Schulstoff hinaus. In Zweidimensionalen läßt es sich leicht dadurch begründen, daß die Summe der Wahrscheinlichkeiten eins ist. Messungen an linear polarisiertem Licht zeigen, daß Photonen Quantenobjekte sind. Hier wäre auch die andere Reihenfolge möglich: das Vektormodell ließe sich umgekehrt über Erfahrungen mit polarisierten Photonen begründen. Eine entsprechende Unterrichtsreihe ist von Salm [20] beschrieben worden.

Die Diskussion der Messungen am Zwei-Photonen-System wird dann in zyklischer Weise zweifach durchlaufen: zunächst qualitativ und dann noch einmal quantitativ. Dazwischen wird die Ausgangsfrage wieder aufgenommen und betont, daß Korrelationen etwas ganz Alltägliches sind. Dadurch wird deutlich, daß es um den Nachweis geht, daß quantenmechanische und klassische Korrelationen zu verschiedenen Meßwerten führen. Mit der Ableitung der Bellschen Ungleichung wird schließlich eine der fundamentalen Gleichungen der modernen Physik vorgestellt. Ihre große Bedeutung liegt darin, daß mit ihrer Hilfe alle lokalen Theorien mit verborgenen Parametern experimentell ausgeschlossen werden können.

Insbesondere die präzise zu fassenden Aussagen über den Holismus, die Geschichte dieses Begriffs und sein Mißbrauch ermöglichen die Einbettung des Problems in aktuelle außerphysikalische Fragestellungen. So wird sowohl deutlich, daß die Quantenmechanik unvermeidbar ist, als auch, daß sie nach wie vor im Mittelpunkt weltanschaulicher Auseinandersetzungen steht.

Veränderte Fassung eines Plenarvortrags auf der Frühjahrstagung Gießen 1990 des DPG-Fachausschusses Fachdidaktik der Physik

(Anschrift des Verfassers: Prof. Dr. Jürgen Audretsch, Fakultät für Physik, Universität Konstanz, Postfach 5560, 7750 Konstanz)

Eingangsdatum: 20. 6. 1990

Literatur

- [1] J. Audretsch und K. Mainzer (Hrsg.), *Wieviele Leben hat Schrödingers Katze? – Zur Physik und Philosophie der Quantenmechanik*, B.-I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 1990.
- [2] A. Aspect, P. Grangier und G. Roger, *Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A new Violation of Bell's Inequalities*, Phys. Rev. Lett. 49, 91–94 (1982).
- [3] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony und R.A. Holt, *Proposed Experiment to test local Hidden-Variable Theories*, Phys. Rev. Lett. 23, 880–884 (1969).
- [4] J.S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon*, Physics 1, 195–200, 1964.
- [5] J.S. Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge 1987.
- [6] A. Aspect und P. Grangier, *Experiments on Einstein-Podolsky-Rosen type correlations with pairs of visible photons*, in Proc. Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics, S. Kamefuchi (Hrsg.), Physical Society of Japan, Tokyo 1984, S. 214–224.
- [7] A. Shimony, *Die Realität der Quantenwelt*, Spektrum der Wissenschaft, S. 78–85, März 1988.
- [8] A.J. Duncan, H. Kleinpoppen, *The Experimental Investigation of the Einstein-Rosen-Podolsky Question and Bell's Inequality*, in F. Sellerie (Hrsg.), *Quantum Mechanics Versus Local Realism*, Plenum, New York 1988.
- [9] J.F. Clauser und A. Shimony, *Bell's Theorem: Experimental tests and implications*, Reports on Progress in Physics 41, 1881–1927, (1978).
- [10] F. Sellerie (Hrsg.), *Quantum Mechanics versus local Realism*, Plenum Press, New York, 1988.
- [11] A. Einstein, B. Podolsky und N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of reality be considered complete?*, Physical Review 47, 777–780, (1935).
- [12] D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1951, 611–623.
- [13] K. Schäfer und W. Kuhn, *Niels Bohr und Albert Einstein: das Streitgespräch dauert an*, Prax. d. Naturw. Physik 6/34, 23–29 (1985).
- [14] B. Schmincke und H. Wiesner, *Zur Quantenphysik in der Schule: Die Bohrsche Fassung der Kopenhagener Deutung*, Prax. d. Naturw. Physik 9/31, 257–264 (1982).
- [15] K. Schäfer, *Verborgene Parameter in der Quantenmechanik*, Prax. d. Naturw. Physik 3/32, 72–78 (1983).
- [16] E. Scheibe, *Quantentheorie und verborgene Parameter*, PU 1, S. 56 (1981).
- [17] A. Einstein und M. Born, *Briefwechsel*, Nymphenburger Verlagsbuchhandlung, München 1969.
- [18] F. Capra, *Wendzeit*, Scherz-Verlag, Bern, München, Wien, 13. Auflage 1986.
- [19] F. Capra, *Der kosmische Reigen*, Scherz-Verlag, Bern, München, Wien, 7. Auflage 1977.
- [20] W. Salm, *Polarisierte Photonen – Ein Zugang zur Quantentheorie*. Teil 1 und 2, MNU 36, 277–283 (1983), 36, 347–351 (1983).

Physik Grundkurs Atomphysik

Quanten – Hüllen – Kerne

von Eugen Kuntze und
Jürgen St. Morgenstern

128 Seiten mit zahlreichen
farbigen Abbildungen, kart.
Bestell-Nr. 3607-3

Vom Welle-Teilchen-Dualismus bis zur
Elementarteilchenphysik reichen die The-
men der „atomphysik“, die als Fortsetzung
der „elekttrizitätslehre“ nun den bsv-
Grundkurs Physik abschließt.

Auch in diesem Band geben die Autoren
Einblicke in die historische Entwicklung
der behandelten Gebiete. So wird auf an-
schauliche Weise für den Schüler das Vor-
dringen zu immer abstrakteren Naturge-
setzen nachvollziehbar.

Zahlreiche Aufgaben am Ende eines jeden
Kapitels erlauben eine schrittweise Kon-

trolle über das erreichte Verständnis. Leh-
rern und Schülern wird damit die Voraus-
setzung für einen optimalen Unterrichtser-
folg geboten.

Inhalt (Auszug)

Welle oder Teilchen
Materiewellen – Moderne Modellvorstel-
lungen von Licht und Materie

Struktur der Atomhülle
Historische Entwicklung der Atomvorstel-
lung – Rutherford'sches Atommodell –
Energienstufen im Atom – Bohrsches Atom-
modell – Schalenaufbau der Atomhülle –
Orbitalmodell

Kernphysik
Radioaktive Strahlung – Der Atomkern –
Kernreaktionen – Kerntechnik – Strahlen-
schutz – Elementarteilchenphysik



