

1

Blick in die Quantenwelt I: Grundlegende Phänomene und Konzepte

Jürgen Audretsch

1.1 Einleitung

Mit diesem und dem nachfolgenden Kapitel, das den Titel „Verschränkung und ihre Folgen“ trägt, soll in einer in sich abgeschlossenen Weise in die Welt der Quantenphysik und in ihre Beschreibung durch die Quantentheorie eingeführt werden. Zugleich soll damit das Verständnis der nachfolgenden Kapitel 3 bis 9 erleichtert werden. Aus didaktischen Gründen wird dabei immer wieder auf zwei grundlegende Experimente – die lange Zeit nur Gedankenexperimente waren – zurückgegriffen, den Durchtritt von Quantenobjekten durch einen einzelnen Spalt und durch einen Doppelspalt. Diese Beschränkung sollte nicht missverstanden werden. Von Ausnahmen abgesehen beruhen alle Experimente, die heute in der Experimentalphysik durchgeführt werden, in der einen oder anderen Weise auf quantenphysikalischen Phänomenen. Um die Strukturen der Quantentheorie besonders deutlich ablesen zu können, empfiehlt es sich jedoch, von einem einfachen Experiment auszugehen.

In beiden Kapiteln steigern sich die Ansprüche von Abschnitt zu Abschnitt. In den Abschnitten 1.2 bis 1.5 werden am Beispiel von Spalt und Doppelspalt fundamentale Erfahrungen mit Quantenobjekten dargestellt und die Ansätze für ihre theoretische Beschreibung eingeführt, welche Gegenstand von Abschnitt 1.6 ist. Dabei werden aber nur diejenigen Elemente einer Quantentheorie formuliert, die für die nachfolgenden Abschnitte

auch gebraucht werden. Der in Abschnitt 1.7 beschriebene Quanten-Zeno-Effekt ist eine erste Anwendung. Er lässt sich ohne Bezug auf mathematische Relationen verstehen. Nachdem in Abschnitt 1.8 die Photonen als weitere Quantenobjekte eingeführt wurden, kann in Abschnitt 1.9 am Beispiel der wechselwirkungsfreien Quantenmessung zum ersten Mal der theoretisch-mathematische Formalismus veranschaulicht werden. Im abschließenden Abschnitt 1.10 wird das Bild diskutiert, das wir auf diese Weise von der Quantenwelt gewonnen haben. Im Mittelpunkt steht dabei die Frage nach der Struktur der Wirklichkeit in der Quantenphysik.¹

Wer die Quantenphysik verstehen will, wird schon bald mit der Frage konfrontiert, was in diesem Zusammenhang „verstehen“ eigentlich bedeutet. Quantenphysik ist gerade keine klassische Physik. Es ist daher zwecklos, Quantenphysik verstehen zu wollen, indem man versucht, klassische Vorstellungen zu übertragen. Klassische Physik kann man nur zum Vergleich heranziehen, um besonders deutlich zu machen, was alles in der Quantenphysik anders ist. Wir kommen auf diese Problematik noch mehrfach zurück. Es mag den Leser ermutigen zu erfahren, dass solche Verständnisschwierigkeiten ganz und gar nicht ungewöhnlich sind. Der berühmte Physiker Lord Kelvin (1824–1907), der wichtige Beiträge zur Wärmelehre geleistet hat, schrieb 1884:

„Ich bin niemals zufrieden bevor ich ein mechanisches Modell des Gegenstandes konstruiert habe, mit dem ich mich beschäftige. Wenn es mir gelingt ein solches herzustellen, verstehe ich, andernfalls nicht. Daher kann ich die elektromagnetische Theorie des Lichts nicht begreifen.“ (Mason (1961))

Man sieht, schon Lord Kelvin musste sich damit abfinden, dass man bereits die Elektrodynamik nicht mehr auf die klassische Mechanik zurückführen kann.

Ein Wort noch zu den mathematischen Voraussetzungen. Bis zum Abschnitt 1.5 kommen wir fast ohne Mathematik aus. Genau genommen werden komplexe Funktionen $\Psi(x,t)$ und die Bildung des Absolutbetrags $|\Psi(x,t)|$ benötigt, wenn die theoretische Darstellung korrekt sein soll. Für ein erstes Verständnis der Struktur der Quantentheorie reicht es aber völlig, wenn man sich unter $\Psi(x,t)$ eine reelle Funktion vorstellt. Das gilt auch für Abschnitt 1.6. Die Veranschaulichung der Vektoren in Abbildung 1.8 erfolgt ebenfalls im Reellen. Nur an einer Stelle – nämlich in der zweiten Hälfte von Abschnitt 1.9 – wird die imaginäre Zahl i tatsächlich in eine Rechnung eingeführt, um die Phasenverschiebung wiederzugeben. Aber auch in diesem Fall wird der physikalische Effekt der wechselwirkungsfreien Messung zunächst ohne Formeln abgeleitet. Für weiterführende Rechnungen benötigt man allerdings komplexe Vektorräume. Aus der Vektorrechnung werden die Vektoraddition und das Skalarprodukt (Punktprodukt) zweier Vektoren ab Abschnitt 1.6 gebraucht. Aus historischen Gründen wird hierfür eine – verglichen beispielsweise mit der klassischen Mechanik und der Elektrodynamik – neue Schreibweise benutzt.

¹ Hinsichtlich der Literaturzitate wird keine Vollständigkeit beansprucht. Nachdrucke der wichtigsten Arbeiten finden sich in Wheeler (1983) und Macchiavello (2000).

1.2 Beugung am Einzelspalt

Die elementaren Bausteine der Materie wie Elektronen, Neutronen, Protonen usw. werden Elementarteilchen genannt. Sie scheinen also Teilchen zu sein. Zugleich hört man häufig, dass diese Teilchen eine Wellennatur haben sollen. Können Teilchen zugleich Wellen sein? Das ist nur schwer vorstellbar. Oder verhalten sich diese Elementarteilchen in bestimmten Situationen wie Teilchen und in anderen Situationen wie Wellen? Wir werden sehen, dass diese Vermutung nicht ganz falsch ist. Allerdings ist sie missverständlich formuliert und es wird unsere Aufgabe sein, schrittweise die präzisen Vorstellungen und Formulierungen zu entwickeln, mit denen sich Experimente mit Elementarteilchen, aber auch mit Atomen und Molekülen, beschreiben lassen. Die Theorie, die das leistet, ist die *Quantentheorie*. Wenn man sich auf die Beschreibung von Objekten mit Masse beschränkt, spricht man auch von *Quantenmechanik*. Doch wie kann man bei einer etwas systematischeren Betrachtungsweise überhaupt auf die Idee kommen, für die Beschreibung der Physik von Objekten mit kleinen Massen spiele das Wellenkonzept eine Rolle?

Seit langer Zeit wird die Physik der massiven Objekte mit großem Erfolg durch die Mechanik beschrieben, die wir etwas genauer die *klassische Mechanik* nennen wollen. Licht ist eine Erscheinung, die auf elektromagnetischen Feldern beruht. Von diesen beiden *klassischen* Theorien wollen wir ausgehen und in einem ersten Schritt zwei wohlbekannte Experimente erläutern.

Wir geben zunächst eine Alltagserfahrung wieder, die man mit Hilfe der klassischen Mechanik beschreiben kann. Tennisbälle fliegen in senkrechter Richtung auf eine Wand zu, in der sich eine Fensteröffnung befindet. Die durchtretenden Tennisbälle treffen auf die gegenüberliegende Wand auf. Wir markieren dort ihre Auftreffpunkte und bestimmen die relative Häufigkeit $P_{kl}(x)$, mit denen die Orte x der Wand getroffen werden. Ist der Strom der Tennisbälle homogen, so ergibt sich die Kurve von Abbildung 1.1: Wir finden Auftreffpunkte nur direkt gegenüber der Fensteröffnung. Den gleichen Versuch kann man mit Lichtstrahlen wiederholen. Wiederum ergibt sich eine gleichmäßige Helligkeits-

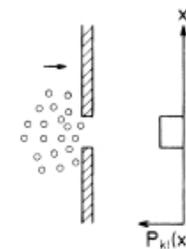


Abbildung 1.1. Tennisbälle fliegen durch einen Spalt und werden mit der relativen Häufigkeit $P_{kl}(x)$ auf einem gegenüberliegenden Schirm registriert.

verteilung gegenüber der Fensteröffnung. Die geraden Lichtstrahlen am Rand legen die Schattenregionen fest. Dieses Phänomen kann durch die *Strahlenoptik* erklärt werden.

Allerdings ist die Lichtausbreitung in Wirklichkeit ein Wellenvorgang. Die Welleneigenschaften des Lichts zeigen sich, wenn die Dimensionen der Durchtrittsöffnung in der Größenordnung der Wellenlänge liegen. Dann treten die Effekte der *Beugungsoptik* an die Stelle der Strahlenoptik. Wir betrachten hierzu einen einzelnen Spalt, auf den eine ebene Lichtwelle auftrifft (Abbildung 1.2). Auf einer Photoplatte (Schirm) hinter dem Spalt ergibt sich nunmehr die Intensitätsverteilung $P_1(x)$, die ein Maximum direkt gegenüber der Spaltmitte hat und über die Schattengrenze hinaus Nebenmaxima aufweist, die durch Minima mit verschwindender Intensität voneinander getrennt sind. Dieses Beugungsbild ist durch *Interferenz* entstanden. Verursacht durch die auffallende ebene Welle, gehen von den verschiedenen Orten im Spalt Kugelwellen aus, die sich hinter dem Spalt überlagern. Wenn bei der Überlagerung an einem Ort Wellenberg auf Wellenberg trifft, dann entsteht ein höherer Wellenberg, bei zwei Wellentälern entsprechend ein tieferes Tal. Treffen Wellenberg und Wellental aufeinander, so heben sie einander auf. Das resultierende Wellenbild hinter dem Spalt ist also das Ergebnis einer Addition. Man spricht auch von einer *Superposition* (Überlagerung) der Elementarwellen. Die Intensitätsverteilung $P_1(x)$ kann zum Beispiel durch die Schwärzung einer Fotoplatte registriert werden. Die Platte reagiert allerdings auf Wellenberg und Wellental in gleicher Weise, daher liefert erst das Quadrat der Wellenauslenkung (Amplitude) ein Maß für die Schwärzung. Verkürzt könnte man sagen, das Interferenzbild ergibt sich nach der Regel „erst addieren, dann quadrieren“. $P_1(x)$ in Abbildung 1.2 stellt die relative Häufigkeit der Schwärzungspunkte dar.

Das Auftreten eines Beugungsbildes ist der direkte Indikator dafür, dass Interferenz vorliegt. Das Ergebnis „Licht + Licht = Dunkelheit“ kann nicht mit Teilchen erzeugt werden, hier muss ein Wellenphänomen zugrunde liegen. Zu klären bliebe zunächst noch die Frage, ob Strahlenoptik und Beugungsoptik zwei voneinander unabhängige Theorien des

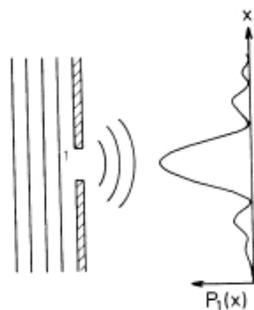


Abbildung 1.2. Eine ebene Lichtwelle (symbolische Wellenzüge) trifft auf einen Spalt 1. Das Beugungsbild $P_1(x)$ gibt die Intensitätsverteilung an, die auf einem gegenüberliegenden Schirm (Photoplatte) registriert wird.

Lichts sind, die jeweils in speziellen physikalischen Situationen zur Anwendung kommen. Die *Elektrodynamik*, also die Maxwell-Theorie der elektromagnetischen Felder von 1873, die auch alle Lichtphänomene in einheitlicher Weise beschreibt, ist ihrer Struktur nach eine Beugungstheorie. Die Theorie der Strahlenoptik ergibt sich aus ihr in einem Grenzfall. Die Elektrodynamik ist somit die umfassendere Theorie, aber in speziellen physikalischen Situationen kann man dennoch in einer guten Näherung von einer Lichtausbreitung längs Lichtstrahlen sprechen.

Wir kehren zu unserer Ausgangsfrage zurück, ob es auch für Moleküle, Atome, Elementarteilchen usw. Beugungsphänomene und damit Interferenz gibt. In Analogie zur Optik könnte folgende Beziehung zwischen Theorien vorliegen:

Strahlenoptik ← Beugungsoptik
 Klassische Teilchenphysik ← ???

Die Pfeile bezeichnen den „Übergang im Grenzfall“. Die Frage ist also: Gibt es eine umfassende Theorie für alle materiellen Objekte von Elementarteilchen bis zu Sternen, für die Superposition und Interferenz zentrale Konzepte sind und die in gewissen physikalischen Situationen im Grenzfall auf die klassische Mechanik mit ihren wohlbestimmten Teilchenbahnen führt? Diese Theorie wäre dann eine Generaltheorie für die gesamte Mechanik, die auch eine Fülle neuer Phänomene vorhersagen und beschreiben würde, die nicht unbedingt Beugungseffekte im engeren Sinne sein müssten, denn Interferenz äußert sich in mehr als nur in Beugung. Mit der *Quantenmechanik* liegt tatsächlich seit rund 75 Jahren eine solche Theorie vor. Die durch sie beschriebenen Objekte wollen wir *Quantenobjekte* nennen, um die irreführende Bezeichnung „Teilchen“ zu vermeiden.

Wir sollten aber vorsichtig mit der Analogie zu elektromagnetischen Phänomenen umgehen. Wir werden aus Ähnlichkeiten im Wesentlichen nur ablesen, dass in beiden Fällen in der theoretischen Beschreibung Interferenz und damit Superposition eine zentrale Rolle spielen. Es ist zu vermuten, dass sich Quantenmechanik und Elektrodynamik darüber hinaus sowohl begrifflich als auch mathematisch-theoretisch deutlich unterscheiden werden. Insbesondere wird nicht die eine auf die andere zurückführbar sein. Es ist vielmehr so, dass sich auch hinter der Elektrodynamik eine Quantenstruktur verbirgt. Die entsprechenden Quantenobjekte sind die Photonen. Ihre Existenz und ihr Quantenverhalten sind durch eine Fülle von Experimenten in der Hochenergiephysik und in der Quantenoptik außerordentlich gut bestätigt worden. Wir kommen später darauf zurück. Da nicht nur Objekte mit Masse erfasst werden, spricht man daher zu Recht von *Quantentheorie* statt von Quantenmechanik.

Wir sollen uns aber zunächst fragen: Treten im Zusammenhang mit materiellen Objekten überhaupt Interferenzphänomene auf?

1.3 Atomoptik

In den Anfangsjahren der Quantenmechanik war es nur ein Gedankenexperiment. Inzwischen ist es aber schon seit vielen Jahren möglich, für Elektronen, Neutronen, Atome und Moleküle Beugungsphänomene direkt im Experiment zu demonstrieren.² In Analogie zu den Verhältnissen bei Licht sind hierfür die beugenden Anordnungen wie Einzelspalt, Doppelspalt oder Gitter geeignet zu dimensionieren. Wir wollen das Schema eines solchen Experiments wieder am Beispiel des Einzelspalts skizzieren. Es ist bemerkenswert, dass man an diesem sehr übersichtlichen experimentellen Aufbau und den sehr einfach zu beschreibenden Messergebnissen bereits nahezu alle theoretischen und begrifflichen Elemente studieren kann, die auf die grundlegenden Annahmen der Quantentheorie führen. Die Beugung materieller Objekte am Spalt sowie am Doppelspalt ist daher zu Recht einfach zum Ausgangspunkt einer Beschreibung der Quantenmechanik gewählt worden.³

Betrachten wir Atome, die alle mit gleichem Impuls präpariert wurden und senkrecht auf eine Wand mit einem Spalt auftreffen. Hinter dem Spalt und parallel zur Wand befindet sich ein Schirm, auf dem das Auftreffen der Atome registriert werden kann. Die Einzelheiten hierfür sind nicht wichtig. Nehmen wir an, dass das Auftreffen durch eine Schwärzung dokumentiert wird. Wenn der einfallende Strom der Atome nicht zu dicht ist, registriert man punktförmige Schwärzungen, die nacheinander regellos und also zufällig über den Schirm verteilt auftreten (Abbildung 1.3). Man kann dabei den Strahl auch so ausdünnen, dass sich immer nur ein einzelnes Atom in der Anlage befindet, also die Registrierung auf dem Schirm bereits erfolgt ist, bevor das nächste Atom auf den Spalt zufliegt.

Bereits an diesem Punkt können wir erste Schlussfolgerungen ziehen. Da wir Einzeltreffer beobachten, werden wir sinnvollerweise auch von *einzelnen* Quantenobjekten, in diesem Fall von einzelnen Atomen, sprechen können, die sich in der Anlage aufgehalten haben. Da wir die Lage des punktförmigen Treffers genau bestimmen können, wird auf

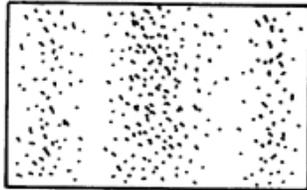


Abbildung 1.3. Aufreffpunkte von Quantenobjekten (z. B. Atomen), die durch einen Spalt getreten sind, zeigen ein Schwärzungsbild, das der Beugung am Spalt entspricht.

² Eine Übersicht über die Experimente mit Atomen findet sich in Berman (1997). Für Neutronen und Elektronen siehe Rauch (2000) bzw. Tonomura (1998).

³ Ein Beispiel hierfür ist Feynman (1965).

dem Schirm eine *Ortsmessung* am einzelnen Quantenobjekt durchgeführt. Wenn man allerdings die Einschläge vieler Quantenobjekte abwartet, so zeigt das entstandene Schwärzungsbild, dass die Einschläge in ihrer Gesamtheit gar nicht regellos erfolgt sind. Man findet für die Intensität der Schwärzung oder die Anzahl der Auftreffer pro Flächenelement verblüffenderweise genau dieselbe Verteilung wie bei der Beugung von Licht am Spalt (Abbildung 1.2). Wir haben also auch für Quantenobjekte ein Beugungsbild erhalten.

Es ist bemerkenswert und eigentlich noch erstaunlicher, dass man ein und dieselbe Intensitätsverteilung experimentell auf drei ganz verschiedene Weisen realisieren kann:

1. Man kann zu einer bestimmten Anordnung von Spalt und Schirm einen dichten Strom von Quantenobjekten durch den Spalt schicken, sodass viele Quantenobjekte gleichzeitig auf dem Schirm auftreffen.
2. Man kann aber auch den Strom so verdünnen, dass immer nur einzelne Quantenobjekte sich nacheinander in der Anlage befinden und auf den Schirm treffen.
3. Man kann schließlich in großer Zahl die gleiche experimentelle Anlage bestehend aus Spalt und Schirm aufbauen, durch jede dieser einzelnen Anlagen nur genau ein Quantenobjekt schicken und die dabei auf den vielen Platten erzielten Einzelaufschläge in ein einziges Bild eintragen.

In allen drei Fällen ergibt sich die oben beschriebene Schwärzungsverteilung. Aber dennoch war stets der Zufall im Spiel. Wenn man zum Beispiel das Experiment in der zweiten Anordnung wiederholt, werden vom ersten, zweiten usw. Objekt jeweils ganz andere Orte getroffen. Trotzdem ist das resultierende Gesamtbild nach vielen Aufschlägen wieder dasselbe. Wir wollen dies *Ensembleerfahrungen* nennen.

Wir fassen noch einmal zusammen: In allen drei Fällen ist garantiert, dass die Quantenobjekte nicht miteinander wechselwirken können. Ein einzelnes Quantenobjekt hat daher keinerlei Informationen darüber, wo bereits andere Quantenobjekte aufgetroffen sind. Es gibt auch keine Prognose dafür, wo ein Einzelobjekt auftreffen wird. Der Einzelaufschlag erfolgt in *undeterministischer*, also zufälliger Weise. Wenn das Experiment mit vielen Quantenobjekten wiederholt wird, entsteht dennoch immer wieder dasselbe Beugungsbild. Die Entstehung dieses Gesamtbildes ist daher ein *deterministischer* Vorgang. Das Gesamtbild kann sicher vorhergesagt werden. Selbstverständlich sind alle diese Beobachtungen *objektiv*. Die Experimente können überall auf der Welt im Prinzip von jedermann mit dem gleichen Ergebnis wiederholt werden.

Wie können wir diese Phänomene theoretisch beschreiben? Die fehlende Prognose im Einzelfall und die sichere Prognose für die Zusammenfassung vieler Ergebnisse kennen wir vom Würfel her. Auch hier kann man mit ein und demselben Würfel häufig würfeln oder mit vielen Würfeln nur einmal. Es ergibt sich stets in guter Näherung in $1/6$ der Fälle zum Beispiel die Zahl 1. Die *relative Häufigkeit* der Zahl 1 ist $1/6$. Wenn wir eine Prognose für das Ergebnis eines einzelnen Wurfes abgeben wollen, sprechen wir davon, dass die *Wahrscheinlichkeit*, zum Beispiel die Zahl 1 zu erhalten, $1/6$ ist. Wir übertragen diese

Beschreibungsform mit aller Vorsicht auf unsere Quantenobjekte. Dass hinter dem Beugungsvorgang bei Quantenobjekten irgendetwas steckt, was dem Wirtelvorgang in der klassischen Mechanik ähnelt, dürfen wir dabei nicht folgern. Hierfür liegen uns keinerlei Anhaltspunkte vor und tatsächlich werden wir zeigen, dass dem auch nicht so ist.

Zur mathematischen Beschreibung kombinieren wir jetzt die Elemente der Determiniertheit und Undeterminiertheit. Wir führen eine Funktion $\Psi(\underline{r})$ vom Ort \underline{r} ein⁴, die die Wellensituation hinter dem Schirm beschreibt. Im besonderen räumlichen Verhalten dieser Funktion kommt ähnlich wie im elektromagnetischen Feld die Beugung am Spalt zum Ausdruck. Das Quadrat des Betrages der Funktion $|\Psi(\underline{r})|^2$ interpretieren wir physikalisch als die Auftreffwahrscheinlichkeit $P(\underline{r})$ am Ort mit dem Ortsvektor \underline{r} in einem kleinen Volumenelement dV um \underline{r} . Dies ist zugleich die Prognose für Ortsmessungen an verschiedenen Orten und zu verschiedenen Zeiten. In anderen physikalischen Situationen werden Ψ und P auch von der Zeit t abhängen. Die Funktion $\Psi(\underline{r})$ heißt die *Zustandsfunktion* oder auch *Schrödingerfunktion*. Man kann den Schirm auch an anderen Orten hinter dem Spalt aufstellen. Stets führt $|\Psi(\underline{r})|^2$ mit entsprechendem Ortsvektor \underline{r} auf dem Schirm auf die richtige Auftreffwahrscheinlichkeit. Die Zustandsfunktion beschreibt die Situation hinter dem Spalt, aber vor der Messung. Sie wird durch die Spaltöffnung präpariert (festgelegt) und ist durch die Breite und Lage des Spaltes bestimmt. Andere Öffnungen führen zu anderen Funktionen. Man sagt auch, die Funktion $\Psi(\underline{r})$ beschreibt einen speziellen *Quantenzustand*.

Wir beschränken uns in der Beschreibung streng auf die Prognose der Ortsmessungen. Dazu dient uns die Zustandsfunktion. Hinter dem Spalt liegt also nicht etwa ein schwingender materieller Quantenstoff oder ein „Wellenpadding“ aus verschmiert gedachten Quantenobjekten vor. Die Bezeichnung Materiewelle für $\Psi(\underline{r}, t)$ ist in diesem Sinne unglücklich. Es handelt sich aber auch nicht um klassische Teilchen mit Ort und Impuls, denn dann wäre das Resultat von Abbildung 1.1 zu erwarten. Wir sprechen statt dessen von einem oder vielen Quantenobjekten, denen ein Quantenzustand zugeordnet ist, der durch die Funktion $\Psi(\underline{r}, t)$ beschrieben wird; $\Psi(\underline{r}, t)$ hat in bestimmten Situationen mathematisch die Form einer Welle.

Nachdem wir die Ensembleerfahrung besprochen und Elemente einer Quantentheorie formuliert haben, wollen wir auf dieser Grundlage eine Prognose für eine abgeänderte Versuchsanordnung wagen. Wir lassen Atome statt auf einen Spalt auf zwei gleichartige, parallel zueinander ausgerichtete, passend dimensionierte Spalte fallen. Unsere Vermutung ist, dass sich in den resultierenden Häufigkeiten der Aufschläge auf dem Schirm genau wieder das Analogon zum Beugungsbild von Lichtwellen am Doppelspalt zeigt.⁵ Für Lichtwellen gilt die Superposition; das bedeutet, die Einzelwellen, die aus den Spalten 1 und 2 kommen, interferieren hinter dem Doppelspalt. Sie überlagern sich wie oben besprochen in additiver Weise. Wenn man das Quadrat dieses resultierenden Wellenfeldes

⁴ Ein komplexer zeitabhängiger Faktor vom Betrag eins ist unterdrückt.

⁵ Ein modernes Doppelspaltexperiment für Atome wird in diesem Buch von G. Rempe im Kap. 5.1 beschrieben.

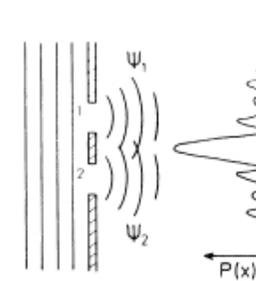


Abbildung 1.4. Die Intensitätsverteilung $P(x)$ von Quantenobjekten bei der Beugung am Doppelspalt zeigt ein Maximum gegenüber dem Spalt. Eingezeichnet sind die symbolischen Wellenzüge der Zustandsfunktionen vor und hinter dem Spalt. Ψ_1 (Ψ_2) ist die Zustandsfunktion, die vorliegt, wenn Spalt 2 (1) geschlossen ist. Ψ_1 und Ψ_2 superponieren.

zum Beispiel an den Orten x auf dem Schirm bestimmt, so erhält man die normierte Intensitätsverteilung des Feldes $P(x)$ von Abbildung 1.4 und damit die relative Häufigkeit der Schwärzungspunkte auf der Fotoplatte.

Wenn man statt Licht Atome auf einen Doppelspalt fallen lässt, so entsteht tatsächlich für die Häufigkeit des Auftreffens von Atomen auf Orten des Schirms das vollständig analoge Bild. Wiederum gelten alle drei Ensembleerfahrungen. Beschrieben wird dieses Ergebnis in gleicher Weise durch Überlagerung, nur dass in diesem Fall die Zustandsfunktionen $\Psi_1(\underline{r})$ und $\Psi_2(\underline{r})$ zu addieren sind. $\Psi_1(\underline{r})$ ist dabei die Zustandfunktion hinter einem Einzelspalt. $\Psi_2(\underline{r})$ ist die entsprechende Zustandfunktion, wenn Spalt 1 geschlossen ist. Wir haben also den Quantenzustand „durch Spalt 1“ und den Quantenzustand „durch Spalt 2“ superponiert.⁶

$$\Psi(\underline{r}) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_1(\underline{r}) + \Psi_2(\underline{r})) \quad (1.1)$$

$$|\Psi(\underline{r})|^2 = \frac{1}{2} |\Psi_1(\underline{r})|^2 + \frac{1}{2} |\Psi_2(\underline{r})|^2 + \frac{1}{2} (\Psi_1^*(\underline{r})\Psi_2(\underline{r}) + \Psi_1(\underline{r})\Psi_2^*(\underline{r})) \quad (1.2)$$

Der Stern bezeichnet die konjugiert komplexe Funktion.⁷

⁶ Der Vorfaktor $1/\sqrt{2}$ ist notwendig, da wegen der Wahrscheinlichkeitsinterpretation alle Zustandsfunktionen normiert sind. Wir kommen darauf in Abschnitt 1.6 zurück.

⁷ Man beachte den Hinweis zu komplexen Funktionen in der Einleitung.

Die Atomoptik am Doppelspalt zeigt in besonders drastischer Weise, dass die Quantenobjekte sich nicht wie kleine klassische Teilchen mit Masse verhalten. Die Häufigkeit der Aufschläge ist nicht etwa hinter den beiden Spaltöffnungen am größten, sondern direkt hinter dem Steg zwischen ihnen. Wieder können wir die Ensembleerfahrung machen. Die Häufigkeitsverteilung von Abbildung 1.4 findet man auch dann, wenn sich immer nur ein Quantenobjekt in der Anordnung befunden hat. Wie Gleichung (1.2) zeigt, ergibt sich die Kurve aber *nicht*, indem man die verschobenen Kurven der Häufigkeitsverteilungen von Abbildung 1.2 addiert:

$$P(x) \neq \frac{1}{2}(P_1(x) + P_2(x)), \quad (1.3)$$

$$P(x) = |\Psi(x)|^2, \quad P_1(x) = |\Psi_1(x)|^2, \quad P_2(x) = |\Psi_2(x)|^2.$$

Man kann also nicht etwa sagen, dass die Hälfte der Quantenobjekte durch Spalt 1 gegangen ist und die andere Hälfte durch Spalt 2. Die beiden letzten Terme in Gleichung (1.2), die auf der rechten Seite von Gleichung (1.3) nicht mehr auftauchen, sind für die Entstehung des Beugungsbildes von Abbildung 1.4 verantwortlich. Bereits das einzelne Quantenobjekt verhält sich am Doppelspalt fundamental anders als am Einzelspalt. Ist das Einzelobjekt durch beide Spalte gegangen? Wir werden näher zu untersuchen haben, ob eine solche an die Teilchenvorstellung anknüpfende Frage überhaupt sinnvoll ist.

1.4 Der Quantenbereich

Wir haben oben davon gesprochen, dass sich ein für die Beugung von Atomen geeigneter dimensionierter Spalt finden lässt. Wie muss man bei der Suche vorgehen? Da ein Wellenphänomen vorliegt, geht es darum, die Wellenlänge zu bestimmen.⁸ Betrachten wir die ebenen Wellen, die auf den Doppelspalt zulaufen. Den entsprechenden Quantenobjekten können wir einen Impuls $\underline{p} = m\underline{v}$ zuordnen, dessen Richtung mit der Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle übereinstimmt. Der Betrag des Impulses ergibt sich aus dem Präparationsverfahren. Die Quantenobjekte durchlaufen zum Beispiel eine Beschleunigungsspannung, durch die sie eine bestimmte kinetische Energie erhalten, aus der man in bekannter Weise die Größe des Impulses berechnen kann. Da die Details des Beugungsbildes von der Wellenlänge abhängen, lässt sich experimentell eine Relation zwischen Impulsbetrag p und Wellenlänge λ ablesen. Man findet die *De-Broglie-Beziehung*:

⁸ Man kann auch in die Quantenwelt gelangen, indem man schwere Teilchen wie Atome abbremst und damit abkühlt. In das aktuelle Gebiet der Erzeugung und Manipulation von Bose-Einstein-Kondensaten führen R. Löw und T. Pfau in Kap. 4.3 ein.

$$p = h/\lambda \quad (1.4)$$

Diese Relation lässt sich für andere Sorten von Quantenobjekten und in anderen Beugungsexperimenten bestätigen. *h* ist dabei die *Plancksche Konstante* (oder das *Plancksche Wirkungsquantum*)

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 \quad (1.5)$$

($\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2 = \text{Watt} \cdot \text{s}^2$) Man beachte, dass *h* bei Angabe in den Einheiten der Alltagsphysik einen außerordentlich kleinen Zahlenwert hat.

Wir können aus dem Bisherigen auch ablesen, wie ein Quantenexperiment typischerweise abläuft. Es beginnt zum Zeitpunkt t_0 mit der *Präparation* eines ganz bestimmten Quantenzustandes $\Psi(z, t_0)$. In unserem Fall hat er die Form einer ebenen Welle mit einer bestimmten Wellenlänge und einer bestimmten Ausbreitungsrichtung senkrecht zum Spalt. Dann wird dieser Quantenzustand durch einen äußeren Einfluss oder eine Wechselwirkung einer Änderung unterworfen. Ein geladenes Teilchen kann zum Beispiel einem orts- und zeitabhängigen elektrischen Potential ausgesetzt sein. Dies ist ein Prozess, der sich über eine gewisse Zeit hin erstrecken kann. Die resultierende stetige zeitliche Änderung des Zustandes lässt sich mit Hilfe der Quantentheorie berechnen und führt zu der zeitabhängigen Funktion $\Psi(z, t)$. Diese *dynamische Entwicklung* der Zustandsfunktion als Funktion der Zeit t aus dem Anfangszustand heraus ist wohl bestimmt, also *deterministisch*. In unserem Fall ist das der Übergang in den Zustand $\Psi(r)$ von Gleichung (1.1). Schließlich erfolgt die *Messung*. Sie ist in unserem Fall eine Ortsmessung auf dem Schirm. Die Zustandsfunktion im Augenblick der Messung legt die relative Häufigkeit der verschiedenen Messergebnisse fest. Wenn der Versuch immer nur mit einem einzelnen Quantenobjekt vorgenommen wird, dann muss er sehr oft wiederholt werden, wobei die Quantenobjekte immer wieder in gleicher Weise zu präparieren sind.

Wir kommen zu den Problemen zurück, denen wir in Abschnitt 1.2 gegenüber standen. Die oben beschriebenen Experimente haben überzeugend gezeigt, dass es massive Objekte gibt, deren Verhalten fundamental vom in der klassischen Mechanik gewohnten Verhalten abweichen kann. Es gibt daher in der Natur einen *Quantenbereich*. Wie weit erstreckt sich dieser Anwendungsbereich und entsprechend der Geltungsbereich der Quantenmechanik? Bei der Beugung von Licht am Spalt haben wir gesehen, dass man die Strahlen der geometrischen Optik zur Abbildung des Spaltes verwenden kann, wenn die Wellenlänge sehr klein ist im Vergleich zur Spaltbreite.⁹ Es entsteht dann aus dem Beugungsbild von Abbildung 1.2 das Muster mit dem Schatten von Abbildung 1.1. Über die De-Broglie-Relation kann man auch den Quantenobjekten eine Wellenlänge zuordnen, wieder findet man denselben Effekt: Wenn die Wellenlänge sehr klein gegen die Spaltöffnung ist, tritt ein Ausschnitt aus der ebenen Welle nahezu unverändert durch die Öffnung des Spaltes und die Quantenobjekte werfen einen „Schatten“. Damit sind wir wieder beim oben beschriebenen Tennisball-Experiment.

⁹ Es gibt auch makroskopische Quanteneffekte: Supraleiter, Suprafluidität, Josephson-Effekt usw.

Ein Quantenphänomen geht bei Abänderung der Umstände in ein klassisches Phänomen über. Heißt das, dass die Anwendungsbereiche beider Theorien sich berühren ohne sich zu überschneiden? Oder umfasst der Anwendungsbereich der Quantenmechanik den der klassischen Mechanik (Abbildung 1.5)? Ein Extremfall der ersten Version wurde, wie noch genauer zu erläutern sein wird, in der sogenannten Kopenhagener Deutung der Quantenmechanik vertreten. In der Forschung verfolgt man heute den zweiten Ansatz, bei dem der Quantentheorie universelle Gültigkeit zugesprochen wird. Er folgt dem Grundgedanken aus unserem ersten Abschnitt, der besagte, dass die Elektrodynamik auch die Strahlenoptik beschreibt. Dieser Ansatz führt unmittelbar auf ein wichtiges, bis heute ungelöstes Problem: Wir haben gesehen – und das wird später noch deutlicher werden –, dass die Quantenmechanik ganz anders strukturiert ist als die klassische Mechanik. Es gibt für makroskopische Gegenstände keine Überlagerung von Zuständen. Katzen zum Beispiel sind entweder tot oder lebendig. Die Zwitterexistenz einer Superposition beider Zustände hat noch niemand beobachtet. Wie muss man daher innerhalb der Quantenmechanik vorgehen, wenn man die Objekte der Alltagsphysik beschreiben will? Was muss vorliegen, damit ein Objekt sich „klassisch“ verhält?¹⁰ Bei diesem Zugang ist nicht die Quantenphysik, sondern die klassische Physik das ungelöste Problem. Wo liegt die Grenze zwischen Quantenwelt und klassischer Welt? Fullerenmoleküle aus 60 und 70 Kohlenstoffatomen zeigen noch Beugung am Gitter (Arndt (1999)).

Zu diskutieren bleibt noch die dritte Möglichkeit, dass sich nämlich die Quantenmechanik vollständig auf die deterministische klassische Mechanik zurückführen lässt (Abbildung 1.5). Dies ist ein philosophisch-weltanschaulich so attraktiver Gedanke, dass im Laufe der Jahrzehnte immer wieder versucht wurde, ihn auszugestalten. Heute ist experimentell beweisbar, dass das unmöglich ist. Wir werden im nachfolgenden Kapitel noch näher darauf eingehen. Die quantenmechanischen Wahrscheinlichkeiten sind nicht reduzierbar, das ist die wesentliche Aussage. Es gibt den objektiven *Zufall*. Es verhält sich gerade *nicht* so wie beim Würfel, bei dem tatsächlich jeder Wurf völlig deterministisch abläuft und wir nur subjektiv den Eindruck von Zufall haben oder eine wahrscheinlichkeitstheoretische Beschreibung unsere Erfahrungen gut wiedergibt. Albert Einstein hat 1949 gegen die Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik polemisch mit dem berühmten Ausspruch argumentiert: „Gott würfeln nicht.“ Er hatte Recht, wenn man den Satz anders versteht, als er von Einstein gemeint war. Er besagt dann, dass Quantenobjekte



Abbildung 1.5. Verschiedene Möglichkeiten, wie sich die Anwendungsbereiche der klassischen Mechanik (Kl. M.) und der Quantenmechanik (Qu.) zueinander verhalten könnten. Im Artikel wird die mittlere Version favorisiert.

¹⁰ Die Frage wird im Artikel von E. Joos in Kap. 8 behandelt.

keine klassischen Objekte wie Würfel sind, dass also keine auf deterministische Physik reduzierbare Wahrscheinlichkeiten vorliegen.

Wir wollen noch eine Konsequenz erwähnen. Dass die Quantenmechanik nicht auf die klassische Mechanik zurückführbar ist, hat zur Folge, dass im Quantenbereich die klassischen Vorstellungen versagen. Wir haben aber unsere Intuition an der Alltagsphysik entwickelt und geübt. Wenn wir nicht gerade eine Ausbildung in Physik haben, halten wir nur das für anschaulich, was mit Hilfe der klassischen Physik beschrieben und erklärt werden kann. Wenn man darauf besteht, ist die Quantenphysik *notwendigerweise unanschaulich*. Auch die Umgangssprache, mit der wir Alltagserscheinungen formulieren, kann problemlos nur mit Phänomenen der klassischen Physik fertig werden. Wir werden noch sehen, dass die Quantenphysik demgegenüber ein „reduziertes“ Sprechen verlangt, wenn durch die Formulierungen nicht etwas suggeriert werden soll, was im Quantenbereich tatsächlich gar nicht vorliegt.

1.5 Quantenmessung

Wir haben mit der Ortsmessung auf dem Schirm bisher nur einen sehr einfachen Typ von Quantenmessung kennen gelernt. Tatsächlich sind Messprozesse ein weiterer großer Bereich, in dem Quantenobjekte sich in charakteristischer Weise völlig anders verhalten als Objekte der klassischen Physik. Wir kehren zu unserem Doppelspalt zurück, an dem sich auch das veranschaulichen lässt. Wir hatten in Abschnitt 1.3 beim Doppelspalt betont, dass das Interferenzbild gerade nicht durch Addition der Wahrscheinlichkeiten, sondern durch Überlagerung der beiden Zustandsfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 , die zu den beiden Einzelspalten 1 und 2 gehören, zustande kommt. Weiterhin hatten wir gesehen, dass wir für das einzelne Quantenobjekt nicht sagen können, ob es durch Spalt 1 oder durch Spalt 2 gekommen ist. Aber vielleicht haben wir ja nur versäumt, uns durch eine Messung die nötige Information darüber zu verschaffen. Das wollen wir jetzt nachholen.

Wir verwenden hierzu elektrisch geladene Quantenobjekte, die Licht streuen können, und bestrahlen den Raum direkt hinter dem Schirm (Abbildung 1.6).¹¹ Dann stellen wir fest, dass es immer entweder hinter Spalt 1 oder hinter Spalt 2 aufblitzt, bevor der Treffer auf dem Schirm registriert wird. Wir haben also durch Lichtstreuung eine *Messung* zur Beantwortung der Frage „Durch welchen Spalt?“ vorgenommen und als Ergebnis entweder „durch Spalt 1“ oder „durch Spalt 2“ erhalten. Ein gleichzeitiges Aufblitzen hinter Spalt 1 und Spalt 2 tritt nie auf. Es würde ja auch voraussetzen, dass das Quantenobjekt (zum Beispiel ein Elementarteilchen) durch den Doppelspalt irgendwie aufgespalten würde. Wieder ergeben sich wohlbestimmte Bilder, wenn man die Auftreffpunkte vieler Quantenobjekte auf dem Schirm betrachtet. Sortiert man die Treffer heraus, die zum

¹¹ Vergleiche Kap. 5.1.

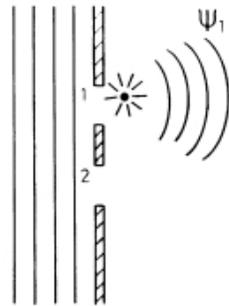


Abbildung 1.6. Hinter einem Doppelspalt wird der Durchtrittsort eines Quantenobjekts gemessen. Bei Registrierung hinter Spalt 1 ergibt sich auf dem Schirm ein Beugungsbild, das der Zustandsfunktion Ψ_1 entspricht.

Aufblitzen nach Spalt 1 gehören, so ergibt sich genau die Intensitätsverteilung, die zum Zustand Ψ_1 gehört (vgl. Abbildung 1.2). Obwohl also Spalt 2 offen war, haben wir ein Beugungsbild erhalten, das genau mit dem übereinstimmt, das zum geschlossenen Spalt 2 gehört. Entsprechend erhält man für die Treffer, die zum Aufblitzen hinter Spalt 2 gehören, das Beugungsbild, das zu Ψ_2 gehört. Wenn man ohne zu unterscheiden alle Auftreffer zusammenführt, so addieren sich einfach die Intensitätsverteilungen. Das Resultat stimmt also nicht mit dem beim Doppelspalt (Abbildung 1.4) überein.

Was würde man demgegenüber in der klassischen Physik erwarten? Es ist charakteristisch für die klassische Messung, dass das ausgemessene Objekt durch sie nicht abgeändert wird. So hat zum Beispiel eine Ortsbestimmung mit Hilfe von Radar keinen Einfluss auf den Bewegungszustand des Objekts. Das ist für Messungen im Quantenbereich offenbar grundsätzlich anders. Die Ortsmessung mit dem Resultat „durch Spalt 1“ überführt hinter dem Schirm den Zustand Ψ von Gleichung (1.1) in den Zustand Ψ_1 . Entsprechendes gilt für Spalt 2. Hier entsteht der Zustand Ψ_2 . Es wird also der Zustand vor der Messung je nach Messergebnis in einen ganz anderen, neuen Zustand überführt. Dabei gehört zu jedem Messergebnis ein wohlbestimmter Endzustand, den man auch *Eigenzustand* zu der Messgröße nennt. Kennen wir das Messergebnis, so kennen wir auch genau den Zustand des Quantenobjekts nach der Messung. In diesem Sinne *präpariert* eine Quantenmessung einen neuen Zustand.

Wenn man ein Einzelobjekt nach der ersten Bestrahlung sofort wieder bestrahlt, so blitzt es hinter demselben Spalt am selben Ort wie beim ersten Mal wieder auf. Wiederholt man das Experiment an vielen Objekten und betrachtet nur die Einschläge auf dem Schirm, die zum zweifachen Blitzen hinter dem ersten Spalt gehören, so ergibt sich wieder das Beugungsbild des Einzelspalts von Abbildung 1.2. Die zweite Messung zur Beantwortung der Frage „Durch welchen Spalt?“ – die ja jetzt am Zustand Ψ_1 erfolgt ist, wenn der

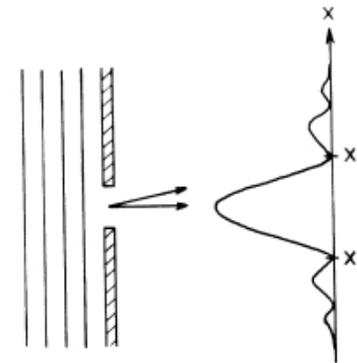


Abbildung 1.7. Die Beugung am Spalt spiegelt die Unbestimmtheitsrelation wider.

erste Blitz hinter dem ersten Spalt lag – hat diesen Zustand Ψ_1 also nicht mehr abgeändert. Hat die erste Messung das Ergebnis „durch Spalt 1“ ergeben, so ergibt die unmittelbare Wiederholung der Messung das gleiche Ergebnis. Zumindest diese Eigenschaft der unmittelbaren Wiederholbarkeit mit gleichem Ergebnis haben Quantenmessung und klassische Messung gemeinsam. Wäre das nicht so, würde man wohl auch gar nicht von einer Messung sprechen können.

Wir wollen noch einmal zu dem in Abschnitt 1.2 besprochenen Einzelspalt und der Ortsmessung auf einem Schirm zurückkehren. Wir betrachten also den Quantenzustand Ψ_1 , der zu einem Spalt der Breite Δx gehört (Abbildung 1.7). Wir führen jetzt viele Ortsmessungen direkt hinter dem Spalt durch. Dann treten alle Orte hinter der Spaltöffnung gleich häufig als Messpunkte auf. Die Messwerte der Koordinate x *streu*n mit einer Breite Δx . Wenn wir wieder die Situation betrachten, in der immer nur ein Quantenobjekt im Versuchsaufbau ist, so können wir sagen, dass sein Ort vor der Ortsmessung unbestimmt ist mit der *Unbestimmtheit* Δx . Für eine andere Versuchsanordnung mit einem Spalt der Breite $\Delta x'$ liegt ein Zustand Ψ_1' mit der Ortsunbestimmtheit $\Delta x'$ vor und so weiter.

Wir kehren zum Beugungsbild des Einzelspalts (Abbildung 1.7) zurück und bezeichnen die Koordinaten der beiden ersten Minima mit x_a und x_b . Den einzelnen Auftreffort auf dem Schirm können wir auch als eine indirekte Messung der Impulsrichtung ansehen. Die Impulse *streu*n mit einer Breite Δp_x um die Impulsrichtung der einfallenden ebenen Welle (die dem Auftreffen im Maximum entspricht). Δp_x kann grob durch den Abstand $x_b - x_a$ abgeschätzt werden. Er entspricht einer *Unbestimmtheit* Δp_x im Impuls.

Die Auswertung der Experimente mit vielen Quantenobjekten zeigt

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h / 4 \pi . \quad (1.6)$$

Das Gaußchenzeichen tritt auf, da auch Auftreffer außerhalb des Bereichs zwischen x_a und x_b zu finden sind. Die Ungleichung (1.6) gilt entsprechend für beliebige Spaltbreiten, also auch für den Zustand $|\Psi_1\rangle$ mit Δx und zugehörigem Δp_x . Die Beziehung (1.6) wird *Unbestimmtheitsrelation* genannt. Es gibt Unbestimmtheitsrelationen auch für andere Messgrößen als Ort und Impuls.

In diesem Zusammenhang wird oft auch von Unschärfe gesprochen. Das ist deshalb missverständlich, weil alle einzelnen Orts- und Impulsmessungen jeweils auf einen exakten Messwert geführt haben. Es handelte sich also nicht um unscharfe Messungen mit einem schlechten Apparat. Die Relation (1.6) ist vielmehr eine Aussage über die Streuung vieler Messwerte um einen Mittelwert bei gleicher Präparation. Es wird sehr häufig entweder der Ort oder der Impuls gemessen.

Wenn man die Spaltbreite immer kleiner macht, wird der Abstand $x_a - x_b$ immer größer, das Beugungsbild zieht sich also auseinander. Dies ist ein Grenzfall, der auch durch Gleichung (1.6) wiedergegeben wird: $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta p_x \rightarrow \infty$. Wenn der Ort eines Zustands genau bestimmt ist, ist sein Impuls völlig unbestimmt. Wenn man den Spalt immer breiter macht, liegt gerade der umgekehrte Fall vor. Noch etwas kann man aus der Ungleichung (1.6) direkt ablesen: Es ist nicht möglich, dass Δx und Δp_x gleichzeitig null sind. Es gibt keinen Quantenzustand, in dem sowohl die Impulsmessungen als auch die Ortsmessungen ohne Streuung sind.

1.6 Eine Theorie für den Quantenbereich

Wir wollen die bisherigen Erfahrungen zusammenfassen und zur Quantentheorie verallgemeinern. Eine solche Theorie sollte auf wenigen Grundannahmen beruhen und mathematisch voll formalisiert sein. Nur so kann man klar erkennen, ob sie logisch widerspruchsfrei ist. Man erwartet von einer guten physikalischen Theorie darüber hinaus, dass sie in den mathematischen Strukturen und den theoretischen Konzepten einfach ist. Für unsere Überlegungen werden wir tatsächlich nicht mehr als die Kenntnis der komplexen Zahlen und etwas Vektorrechnung in zwei Dimensionen brauchen.

Der oben eingeführte Quantenzustand ist ein fundamentales Konzept der Quantentheorie. Es hat sich als sinnvoll erwiesen, Vektoren zur mathematischen Darstellung von Zuständen zu verwenden. Zur Kennzeichnung ihres Vektorcharakters schreibt man die *Zustandsvektoren* geklammert: $|u\rangle, |v\rangle, \dots$. Das *innere Produkt* (Skalarprodukt, Punktprodukt) zweier Vektoren schreibt man $\langle u|v\rangle$, dabei ist zugelassen, dass sein Wert eine komplexe Zahl ist.

Als eine zentrale physikalische Operation haben wir die *Superposition* (Überlagerung) von Zuständen wiederzugeben. Sie wird im Formalismus durch die Vektoraddition abgebildet:

$$|u\rangle = a|u_1\rangle + b|u_2\rangle \quad (1.7)$$

Im Allgemeinen können a und b dabei komplexe Zahlen sein. Zur Bildung des inneren Produkts benötigt man den zu $|u\rangle$ dualen Vektor $\langle u| = a^* \langle u_1| + b^* \langle u_2|$. Der Stern bezeichnet die konjugiert komplexe Zahl.

Wenn der Durchtritt des Quantenobjekts durch den Spalt 1 gemessen wird, dann ist das Objekt danach im Zustand $|\Psi_1\rangle$ und entsprechend beim Spalt 2 im Zustand $|\Psi_2\rangle$. Wenn keine Ortsmessung hinter dem Doppelspalt durchgeführt wird, ist der Zustand $|\Psi\rangle$ hinter dem Doppelspalt eine Superposition:

$$|\Psi\rangle = c_1 |\Psi_1\rangle + c_2 |\Psi_2\rangle. \quad (1.8)$$

Die Spaltnummern 1 und 2 bezeichnen die möglichen *Messergebnisse*.

Die *Wahrscheinlichkeit*, dass das Messergebnis 1 registriert wird, ergibt sich in der Theorie durch das Quadrat des Absolutbetrages eines inneren Produkts:

$$P_1 = |\langle \Psi_1 | \Psi \rangle|^2. \quad (1.9)$$

Für den Messwert 2 gilt Entsprechendes. Wenn man $|\Psi\rangle$ aus Gleichung (1.8) einsetzt, sieht man, dass hierdurch die Regel „erst addieren, dann quadrieren“ wiedergegeben wird, die wir im Zusammenhang mit Interferenz und Beugung in Abschnitt 1.2 kennengelernt haben (siehe auch die Gleichungen (1.1) und (1.2)).

Die Wahrscheinlichkeit, dass man ein Objekt im Zustand $|\Psi\rangle$ findet, wenn $|\Psi\rangle$ vorliegt, ist eins. Man verlangt daher, dass alle Zustandsvektoren, also auch $|\Psi_1\rangle, |\Psi_2\rangle$ usw. normiert sind: $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$. Wenn sich das Quantenobjekt im Zustand $|\Psi_1\rangle$ befindet, ist die Wahrscheinlichkeit, das Ergebnis 2 zu messen, gleich null. Das heißt, die Zustände $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$ stehen senkrecht aufeinander: $\langle \Psi_2 | \Psi_1 \rangle = 0$. Damit folgt aus Gleichung (1.8) die Relation $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ und aus Gleichung (1.9)

$$P_1 = |c_1|^2, \quad P_2 = |c_2|^2. \quad (1.10)$$

Zusammengefasst besagt dies, dass die Summe aller Wahrscheinlichkeiten – wie es sein muss – gleich eins ist: $P_1 + P_2 = 1$. Irgendein Messwert wird bei jeder Messung gefunden.

Wenn die beiden Wahrscheinlichkeiten P_1 und P_2 übereinstimmen, dann muss der Zustand nach dem Doppelspalt die Form

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\Psi_1\rangle + |\Psi_2\rangle) \quad (1.11)$$

haben. Wenn der Durchtritt durch einen der Spalte zum Beispiel durch einen Filter erschwert ist, dann stimmen die Wahrscheinlichkeiten, das Quantenobjekt bei der Messung

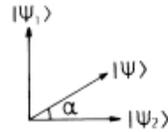


Abbildung 1.8. Die Superposition der beiden Quantenzustände $e_1|\Psi_1\rangle$ und $e_2|\Psi_2\rangle$ ergibt den Zustand $|\Psi\rangle$.

hinter einem der Spalte zu registrieren, nicht mehr überein. Dies wird durch die allgemeine Relation (1.8) wiedergegeben.

Bis auf den Umstand, dass das Skalarprodukt eine komplexe Zahl ist, können wir für die Zustände die graphische Veranschaulichung durch Vektorpfeile übernehmen, die von der Vektorrechnung im Reellen her bekannt ist. Abbildung 1.8 gibt dann die Gleichung (1.8) wieder. Wenn ein Filter eingebaut ist, ist $\alpha \neq 45^\circ$.

Eine *Ortsmessung* liefert als Messergebnis den Ortsvektor \underline{x} und überführt in den Zustand $|\underline{x}\rangle$. Wir führen die schon in Abschnitt 1.3 verwendete Zustandsfunktion $\Psi(\underline{x})$ als Abkürzung ein: $\Psi(\underline{x}) = \langle \underline{x} | \Psi \rangle$. Dann ist $|\Psi(\underline{x})|^2$ eine zu P_1 aus Gleichung (1.9) analoge Größe (siehe Abschnitt 1.3). Präzise formuliert ist nicht direkt $|\Psi(\underline{x})|^2$, sondern $|\Psi(\underline{x})|^2 dV$ die Wahrscheinlichkeit, bei einer Ortsmessung das Quantenobjekt in einem kleinen Volumen dV um den Ort \underline{x} herum zu finden. Da der Ort eine kontinuierliche Größe ist, müssen wir uns auf das Volumenelement dV beziehen. Bei diskreten Messwerten ist das nicht nötig.

Es bleibt abschließend noch die Aufgabe, die Dynamik oder genauer gesagt die Dynamiken einzuführen. Im kräftefreien Fall oder unter dem Einfluss äußerer Kräfte, die über die zugehörigen Potentiale berücksichtigt werden, ändert sich der Zustand des Systems zwischen zwei Zeiten t_1 und t_2 stetig mit der Zeit:

$$|\Psi(t_1)\rangle \rightarrow |\Psi(t_2)\rangle \quad (1.12)$$

In Abbildung 1.8 würde man das als stetige Drehbewegung des Vektors $|\Psi\rangle$ mit einem zeitabhängigen Winkel $\alpha(t)$ veranschaulichen. Diese Zeitentwicklung, die zwischen Messungen vorliegt, ist deterministisch und kausal. Wir wollen sie *Dynamik I* nennen. Die Differentialgleichung, die die Zeitentwicklung (1.12) im Einzelnen beschreibt, ist die *Schrödingergleichung*.

Wir erwähnen noch eine wichtige Eigenschaft der Dynamik I, die gern in folgender Aussage zusammengefasst wird: „Die Quantentheorie ist linear.“ Wir fragen uns, wie sich verschiedene Zustände unter ein und demselben äußeren Einfluss entwickeln. *Linear* bedeutet, dass sich bei der dynamischen Entwicklung einer Superposition, Gleichung (1.7), die Koeffizienten a und b nicht ändern. Zur Entwicklung $|u(t_1)\rangle \rightarrow |u(t_2)\rangle$ und $|v(t_1)\rangle \rightarrow |v(t_2)\rangle$ gehört demnach die Entwicklung

$$a|u(t_1)\rangle + b|v(t_1)\rangle \rightarrow a|u(t_2)\rangle + b|v(t_2)\rangle \quad (1.13)$$

der Superposition.

In der *Messung* wird der Zustand ebenfalls in einen neuen Zustand überführt, aber in ganz anderer Weise. Im obigen Beispiel haben wir zum Beispiel $|\Psi\rangle \rightarrow |\Psi_1\rangle$, wenn das Ergebnis 1 gemessen wird. In Abbildung 1.8 bedeutet dies, dass der Zustandsvektor „springt“. Wie wir gesehen haben, ist dies eine undeterministische Dynamik, da wir vor der Messung nicht vorhersagen können, in welchen der Eigenzustände $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$ der Ausgangszustand „springen“ wird. Wir wollen diese Dynamik, die in der Messung vorliegt, *Dynamik II* nennen. Die Wahrscheinlichkeiten P_1 und P_2 sind die Betragsquadrate der Projektionen von $|\Psi\rangle$ auf die orthogonalen Vektoren $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$. Die Messung wird daher manchmal auch *Projektionsmessung* oder *Zustandsreduktion* genannt.¹²

Dass wir zwei Dynamiken für die Quantentheorie postulieren müssen, von denen noch dazu die eine deterministisch und die andere undeterministisch ist, ist allerdings höchst unbefriedigend. Die Suche nach einer Vereinheitlichung ist ein weiteres aktuelles Forschungsprogramm. Die Versuche, eine befriedigende *Quantenmesstheorie* zu formulieren, gehen von der Dynamik I aus.

1.7 Der Quanten-Zeno-Effekt: Wie man die dynamische Entwicklung stoppt

Als eine einfache Anwendung betrachten wir die Situation, in der eine dynamische Entwicklung, die frei oder unter dem Einfluss äußerer Kräfte erfolgt (Dynamik I), immer wieder durch die gleiche Messung (Dynamik II) unterbrochen wird. Dann zeigt sich, dass die Dynamik II einen verblüffenden quantenmechanischen Effekt zur Folge hat: Durch wiederholte Messung an einem Quantensystem kann seine dynamische Entwicklung gemäß Dynamik I vollständig unterbunden werden. Das Quantensystem wird in seinem Anfangszustand „eingefroren“. Man nennt dies den *Quanten-Zeno-Effekt* in Erinnerung an den griechischen Philosophen Zenon (490–430 v. Chr.), der ein Paradoxon formuliert hat, nachdem jegliche Bewegung logisch unmöglich sein sollte, das „Paradoxon von Achilles und der Schildkröte“. Die Infinitesimalrechnung ermöglicht die Auflösung von Zenos Paradoxon. In der klassischen Mechanik ist ein Zeno-Effekt unmöglich. Der Quanten-Zeno-Effekt ist demgegenüber keine Paradoxie. Er lässt sich experimentell nachweisen (Itano (1990)) und als eine direkte Folge der Besonderheiten des Quantenmessprozesses verstehen.

¹² Um sich beim Formalismus auf das Nötigste zu beschränken, haben wir das Konzept der Observablen (Operatoren, die Messgrößen repräsentieren) nicht eingeführt. Da sie völlig durch die Angabe der Vektoren charakterisiert sind, in die ein Zustand bei der entsprechenden Messung übergehen kann, reicht für unsere Überlegungen die Kenntnis von $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$. Aus dem Umstand, dass Orts- und Impulsoperator nicht vertauschbar sind, ließe sich die Unbestimmtheitsrelation (1.6) ableiten.

Nehmen wir an, dass wir wieder eine physikalische Größe messen, zu deren beiden Messergebnissen die Eigenzustände $|\Psi_1\rangle$ und $|\Psi_2\rangle$ gehören. Nehmen wir weiter an, dass sich das Quantensystem zu einem Anfangszeitpunkt t_0 als Ergebnis einer Messung im Anfangszustand $|\Psi_2\rangle$ befindet. Unter äußeren Einflüssen, die zum Beispiel durch Potentiale gegeben sein können, entwickelt sich das System nach der Dynamik I. Für den Zustandsvektor $|\Psi(t)\rangle$ bedeutet das, dass er sich langsam um einen Winkel $\alpha(t)$ aus der Position $|\Psi_2\rangle$ herausdreht (siehe Abbildung 1.8). Nach der nächsten Messung ist die Wahrscheinlichkeit, das System im Zustand $|\Psi_1\rangle$ oder $|\Psi_2\rangle$ zu finden, durch das Quadrat der Projektion von $|\Psi(t)\rangle$ auf diese Zustände gegeben. Misst man bereits nach kurzer Zeit wieder, dann ist der Winkel α aber noch sehr klein und die Wahrscheinlichkeit, dass der Zustand zurück in den Zustand $|\Psi_2\rangle$ projiziert wird, ist sehr viel größer als die, dass er nach $|\Psi_1\rangle$ „springt“. Wenn der erste Fall eintritt, beginnt die Entwicklung also wieder mit dem Zustand $|\Psi_2\rangle$. Misst man nach sehr kurzer Zeit erneut, so gilt wiederum das, was oben gesagt wurde. Insgesamt ist also die Wahrscheinlichkeit sehr groß, dass sich das System nach einer sehr schnellen Abfolge vieler gleichartiger Messungen noch immer im Zustand $|\Psi_2\rangle$ befindet. Das Experiment bestätigt das.

Zumindest theoretisch können wir nun den Grenzfall betrachten, dass die Zeitabstände gegen null gehen. Dann kann man zeigen, dass die dynamische Entwicklung vollständig verhindert wird und das System in seinem Anfangszustand $|\Psi_2\rangle$ bleibt. Bemerkenswert ist, dass das auch gilt, wenn der Anfangszustand kein Eigenzustand der entsprechenden Messgröße ist. Die theoretische Begründung hierfür ist relativ einfach. Sie geht aber über den Rahmen dieser Darstellung hinaus. Genau genommen ist wegen der endlichen Dauer eines jeden Messprozesses dieser Grenzfall allerdings nicht zu realisieren. Zu untersuchen, ob es nicht doch Ausnahmen gibt, bei denen spezielle Dynamiken vom Typ II den Quanten-Zeno-Effekt verhindern, ist Gegenstand der aktuellen Forschung.

1.8 Photonen: Quantenobjekte des Lichts

Wir wollen noch einmal zur Elektrodynamik zurückkehren und uns fragen, ob hinter den elektromagnetischen Feldern nicht ebenfalls eine Struktur verborgen ist, die derjenigen der Quantenmechanik ähnlich ist. Das ist tatsächlich so. Betrachten wir zunächst den Teilchenaspekt. Für die Objekte der Quantenmechanik wurde er in den stets wohlbestimmten Werten von Masse und Ladung deutlich. Beide Eigenschaften haben elektromagnetische Felder nicht. Eine quantenhafte Struktur manifestiert sich in anderer Weise.

Der Photoeffekt zeigt, dass man einem Lichtfeld die Energie immer nur in Portionen der Größe $E = h\nu$ entnehmen kann. ν ist dabei die Frequenz des Lichts und h das Plancksche Wirkungsquantum. Das gilt entsprechend für alle elektromagnetischen Felder. Atome kann man mit Laserlicht beschleunigen oder abbremsen. Wenn man die Experimente näher analysiert, so zeigt sich, dass auch beim Impulsübertrag ein quantenhafter – also portions-

weise Austausch im „Paket“ der Größe $p = h\nu/c$ erfolgt. Diese ausgetauschten masselosen und ladungslosen Energie-Impuls-Pakete werden *Photonen* genannt. Sie bewegen sich mit der Lichtgeschwindigkeit c und sind eine neue Sorte von Quantenobjekten. Alle Effekte der Quantenoptik beruhen auf dieser Quantennatur des Lichts.

Die elektromagnetischen Wellen und Beugungsphänomene werden nun genauso erklärt wie die materiellen Quantenobjekte weiter oben: Die Beschreibung von Abschnitt 1.6 kann entsprechend übernommen werden. Unser Quantenbereich erweitert sich damit. Wieder handelt es sich um viele gleichartig präparierte Photonen. Man kann aber in Spezialfällen den Photonenstrom so ausdünnen, dass sich nur ein Photon im Versuchsaufbau befindet.

Elektromagnetische Wellen schwingen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Wenn wir nur diese lineare Polarisation der Photonen betrachten, wird die Analogie zu dem oben für materielle Quantenobjekte beschriebenen Formalismus besonders deutlich. Licht, das sich in z -Richtung ausbreitet, kann durch einen Polarisationsfilter (Polarisator) zum Beispiel in x -Richtung polarisiert werden. Fällt dieses Licht auf einen zweiten Polarisationsfilter (Analytator) mit der dazu senkrechten Orientierung in y -Richtung, dann tritt kein Licht durch. Dreht man den Polarisator in Richtung y -Achse um 45° in eine diagonale Richtung, dann gelangt durch einen in x -Richtung ausgerichteten Analytator nur die halbe Intensität, durch einen in y -Richtung ausgerichteten ebenfalls. Im allgemeinen Fall ist die Polarisation um einen Winkel α gegen die x -Richtung gedreht. Es ergeben sich dann die Intensitäten für die beiden Analytatorrichtungen nach genau derselben Regel, die wir für die Wahrscheinlichkeiten in Abschnitt 1.6 aufgestellt haben. Wiederum gelangen wir zur in Abschnitt 1.3 beschriebenen Ensembleerfahrung. Zusammengefasst kommen wir zu dem Schluss, dass für die Beschreibung von Photonen ein Quantenzustand „lineare Polarisation“ einzuführen ist, für den dieselben Regeln gelten, die wir schon am Spezialfall unseres Quantenzustandes nach dem Doppelspalt studiert haben.

1.9 Kann man im Dunkeln sehen? Wechselwirkungsfreie Quantenmessung

Selbstverständlich kann man im Dunkeln nicht sehen. Damit man einen Gegenstand sehen kann, muss vorher an ihm ein Photon gestreut worden sein, welches bei vollständiger Dunkelheit natürlich nicht vorhanden ist. Wir können die Frage aber etwas umformulieren: Kann man nachweisen, dass an einer bestimmten Stelle ein Objekt vorhanden ist, ohne dass es auch nur von einem einzigen Photon getroffen wird? Wir wollen zeigen, dass das tatsächlich möglich ist. Das zeigen schon ganz einfache Überlegungen, die wir zunächst darstellen wollen (Elitzur (1993)). Im zweiten Teil des Abschnitts soll uns der Effekt als ein einfaches Anwendungsbeispiel für den quantentheoretischen Formalismus dienen, den wir im Abschnitt 1.6 kennen gelernt haben.

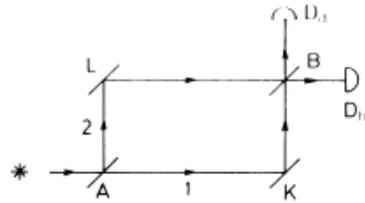


Abbildung 1.9. Schematische Darstellung eines Mach-Zehnder-Interferometers bestehend aus einer Lichtquelle (Stern), zwei halbdurchlässigen Strahlteilern A und B , zwei idealen Spiegeln K und L sowie den beiden Detektoren D_1 und D_2 .

In Abbildung 1.9 ist ein Mach-Zehnder-Interferometer dargestellt. Es besteht aus einer Lichtquelle (Stern), zwei halbdurchlässigen Strahlteilern A und B , zwei idealen Spiegeln K und L sowie den beiden Detektoren D_1 und D_2 . Die Wege 1 und 2 sind exakt gleich lang. An den Strahlteilern soll Licht in gleichem Maße reflektiert wie transmittiert werden. Bei jeder Reflexion, sei es am Strahlteiler oder am Spiegel, ändert sich die Phase der elektromagnetischen Welle um $\pi/2$. Bei Durchtritt durch den Strahlteiler findet demgegenüber keine Phasenverschiebung statt. Durch diese Charakterisierung der optischen Elemente sind die „Spielregeln“ für das Interferometer fixiert. Auf den Wegen von B zu den beiden Detektoren findet jeweils Interferenz statt.

Wir betrachten zunächst klassische elektromagnetische Wellen. Wenn man die Abfolge der Phasenverschiebungen nachvollzieht, so stellt man fest, dass auf den Detektor D_1 über den Weg 2 eine Welle der Phasenverschiebung $3\pi/2$ zuläuft und über den Weg 1 eine Welle mit einer Phasenverschiebung $\pi/2$. Beide werden hinter B überlagert und löschen sich wegen der resultierenden Phasenverschiebung von π wechselseitig aus. Der Detektor D_1 spricht also nicht an, wohl aber, wie analoge Überlegungen zeigen, der Detektor D_2 .

Wie oben erläutert wurde, besteht Licht aus einzelnen Photonen. Quantentheoretisch ist es daher möglich und auch machbar, dass sich nur ein einziges Photon im Interferometer befindet. Es ist diese unklassische Situation, die beim optischen Interferometer zu neuen Effekten führt. Wie beim Doppelspalt ist in den Bereichen, in denen sich die klassischen Wellen durch Interferenz auslöschen, auch kein Quantenobjekt zu finden. Entsprechend gilt auch hier, dass das einzelne Photon immer nur im Detektor D_2 und nie im Detektor D_1 registriert wird.

Nun wollen wir in den Strahlengang 2 ein Objekt einführen, das durch Wechselwirkung ein auftreffendes Photon entweder absorbiert oder streut, so dass dieses den Strahlteiler B nicht mehr erreicht. Wieder soll nur ein einzelnes Photon in das Interferometer einlaufen. An Strahlteiler A wird es mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ in den Strahlengang 2 reflektiert und trifft auf das Objekt. Ebenfalls mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ tritt es in den Strahlengang 1 ein und trifft dort auf den Strahlteiler B . Von dort aus erfolgt mit jeweils der Gesamtwahrscheinlichkeit $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ der Durchtritt zum Detektor D_1 bzw. zum De-

tektor D_2 . Wenn sich also ein Objekt im Strahlengang 2 befindet, wird in einem Viertel aller Fälle ein Photon im Detektor D_1 registriert. Ohne Objekt würde hier gar kein Photon beobachtet. Damit ist gezeigt: Wir können nur dann ein Photon im Detektor D_1 registrieren, wenn sich ein Objekt im Strahlengang 2 befunden hat. Da wir aber nur ein einzelnes Photon verwendet haben und dieses im Detektor registriert wurde, kann es keine Wechselwirkung des Photons mit dem Objekt gegeben haben, denn dann hätte das Photon keinen der Detektoren erreicht.

Zur Verdeutlichung wollen wir das folgende praktische Beispiel diskutieren. Nehmen wir an, der Zünder einer Bombe, die entschärft werden soll, ist so empfindlich, dass er die Explosions bereits bei Auffallen eines einzelnen Photons auslöst. Mit klassischem Licht kann man nach einer solchen Bombe nicht suchen. Mit der oben beschriebenen Anordnung hat man aber eine gar nicht so schlechte Chance – nämlich eine Wahrscheinlichkeit von $1/4$ –, die Bombe zu finden, ohne sie zu zünden. Es ist charakteristisch für den quantentheoretischen Effekt, dass wiederum nur eine Wahrscheinlichkeitsaussage möglich ist. In Situationen, in denen eine solche Prognose „besser als nichts“ ist, eröffnet der Einsatz von Quanteneffekten unerwartete technische Möglichkeiten. Quantencomputer sind hierfür eine weitere Anwendung.¹⁵

Die wechselwirkungsfreie Quantenmessung ist ein einfaches Beispiel, an dem wir den in Abschnitt 1.6 beschriebenen Formalismus der Quantentheorie für Photonen gewissermaßen wie an einer Übungsaufgabe erproben können. Den Zustand, der ein Photon beschreibt, das in x -Richtung läuft, bezeichnen wir mit $|x\rangle$; für die y -Richtung nehmen wir entsprechend $|y\rangle$. Bei einer Reflexion am Spiegel oder am Strahlteiler findet ein Phasensprung um $\pi/2$ statt. Für den entsprechenden Zustand bedeutet das wegen des Phasenfaktors $\exp(i\pi/2) = i$ eine Multiplikation mit i . Die Spiegel in L und K bewirken daher die folgenden Zustandsänderungen:

$$|x\rangle \rightarrow i|y\rangle, \quad |y\rangle \rightarrow i|x\rangle. \quad (1.14)$$

Die Strahlteiler A und B überführen den Zustand in eine Superposition, wobei für den reflektierten auslaufenden Zustand noch der Phasensprung zu berücksichtigen ist:

$$|x\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \quad (1.15)$$

$$|y\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|y\rangle + i|x\rangle) \quad (1.16)$$

Das sind unsere quantentheoretischen „Spielregeln“ für die Zustandsänderungen durch die optischen Elemente.

¹⁵ Quantencomputer und Quanteninformationstheorie werden in diesem Buch in den Artikeln von R. F. Werner (Kap. 7) und H. Weinfurter (Kap. 6) näher behandelt.

Wir verfolgen jetzt wieder ein Photon, das im Zustand $|y\rangle$ einläuft. Die gesamte Entwicklung des Zustands, wenn sich kein streuendes oder absorbierendes Objekt im Strahlengang befindet, ist durch die folgende Abfolge von Zustandsübergängen gegeben:

$$\begin{aligned} |x\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|y\rangle - |x\rangle) \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{2}(i|y\rangle - |x\rangle) - \frac{1}{2}(|x\rangle + i|y\rangle) = -|x\rangle. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Der erste Pfeil beschreibt den Übergang am Strahlteiler A . Nach Reflexion an den Spiegeln L und K liegt der Zustand nach dem zweiten Pfeil vor. Die Wirkung des Strahlteilers B wird durch den dritten Pfeil veranschaulicht. Dieser Strahlteiler bewirkt gemäß den Gleichungen (1.15) und (1.16) den Übergang in weitere Superpositionen, die nach dem Gleichheitszeichen zusammengefasst sind. Nach dem Strahlteiler B ist unser Photon also im Zustand $-|x\rangle$ und läuft in den Detektor D_b ein. Der Detektor D_d spricht somit bei dieser Konfiguration nie an.

Denken wir uns jetzt ein streuendes oder absorbierendes Objekt in den Strahlengang zwischen L und B eingeführt. Der Zustand $|x\rangle$, der auf dieses Objekt zuläuft, wird durch Streuung oder Absorption in den Photonenzustand $|s\rangle$ überführt. Betrachten wir wieder die Zustandsentwicklung, so ist Gleichung (1.17) entsprechend abzuändern:

$$\begin{aligned} |x\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle + i|y\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|y\rangle - |x\rangle) \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|y\rangle - |s\rangle) \rightarrow \frac{1}{2}(i|y\rangle - |x\rangle) - \frac{1}{\sqrt{2}}|s\rangle. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Der letzte Zustand liegt nach der Einwirkung des Strahlteilers B vor. Aus den Quadraten der Beträge der Vorfaktoren ergeben sich wie immer die Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Detektor D_b bzw. der Detektor D_d anspricht, ist jeweils $\frac{1}{4}$. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon vom Objekt gestreut oder absorbiert wird, ist $\frac{1}{2}$. Entscheidend ist, dass in der resultierenden Superposition, Gleichung (1.18), im Gegensatz zu Gleichung (1.17) nach Einfügen des Objektes auch der Zustand $|y\rangle$ enthalten ist. Das bedeutet, dass der Detektor D_d ansprechen kann, was ohne Objekt unmöglich war. Spricht er tatsächlich an, so erhalten wir dadurch die Information, dass sich ein Objekt im Strahlengang befunden hat. Das einzelne Photon, mit dem wir unser Experiment durchgeführt haben, ist unversehrt im Detektor D_d angekommen, also weder gestreut noch absorbiert worden. In diesem Sinne haben wir die Existenz des Objekts ohne Wechselwirkung mit ihm nachweisen können. Eine experimentelle Realisierung findet sich in Kwiat (1995).

1.10 Was ist real? Interpretationen der Quantentheorie

Wenn man in der klassischen Mechanik oder der Quantenmechanik den Zustand eines Systems angeben kann, besitzt man die größtmögliche Kenntnis über dieses System in folgendem Sinne: Man kann für alle am System möglichen Messungen eine Vorhersage treffen. In der Quantenmechanik ist diese Vorhersage nur statistisch, aber der Erwartungswert (Mittelwert) und die Streuung (Unbestimmtheit) sind wohl bestimmt. Wie wir schon gesehen haben, ändert der quantenmechanische Messprozess im Unterschied zur klassischen Messung den Zustand ab. Die Quantenmechanik ist bei gleich präparierten Zuständen *undeterministisch* bezüglich der Ergebnisse, die man bei einer bestimmten Messung an diesen Zuständen erhält. Sie ist *akausal* (schon wegen der Dynamik II). Die Quantenwahrscheinlichkeiten sind primär und es gibt entsprechend den echten Zufall. Auch wenn wir dafür sorgen, dass sich in der Versuchsanordnung immer nur ein Objekt aufhalten kann, ist das Ensembleergebnis beim Doppelspalt verschieden von der Überlagerung der Ergebnisse an zwei Einzelspalten. Sehr vereinfacht könnte man sagen: Das Einzelobjekt „merkt“ die Anwesenheit beider Spalte. In diesem Sinne sind die Quantenmechanik und die Quantenphysik allgemein *nichtlokal*.

In der klassischen Mechanik der fliegenden Tennisbälle wissen wir, was wir uns unter den Zuständen hinter den Spalten vorzustellen haben. Aber was liegt in der Quantenphysik vor? Dahinter verbirgt sich offenbar die Frage nach der *Interpretation* der Quantentheorie. Wir wollen zunächst verdeutlichen, was wir unter einer Interpretation verstehen, weil dieser Begriff nicht einheitlich verwendet wird.¹⁴

Eine physikalische Theorie ist zum einen ein System aus mathematischen Zeichen, für die Regeln gelten, mit denen man typischerweise aus Ausgangsgleichungen die Resultate ableiten kann. Dies ist die *Syntax*. Der Vorteil einer mathematischen Syntax für eine physikalische Theorie liegt darin, dass Fehler und Inkonsistenzen leicht aufzuspüren sind. Die Schlussweisen werden intersubjektiv zwingend und es entsteht in diesem Sinne eine Objektivität des physikalischen Wissens.

Selbstverständlich soll eine physikalische Theorie mehr sein als eine mathematische Theorie: Sie soll zusätzlich etwas über einen Teil der Wirklichkeit aussagen. Daher gibt es eine *Abbildung* zwischen einigen der mathematischen Zeichen auf der einen Seite und Objekten in der Wirklichkeit auf der anderen Seite. Zum Beispiel bezeichnet \mathbf{r} den Ort eines klassischen Körpers, m seine Masse und t die Zeit auf einer Uhr. Wir brauchen als Kernbestandteil einer physikalischen Theorie Abbildungsvorschriften oder *Korrespondenzregeln*, die bestimmte mathematische Größen mit den Zeigerausschlägen von Messgeräten, also den Messergebnissen, verknüpfen. Ob man von den vielen anderen mathemati-

¹⁴ Siehe auch die Artikel von C. Held (Kap. 3) und M. Esfeld (Kap. 9) in diesem Buch. Es gibt viele Auseinandersetzungen mit konzeptionellen Problemen der Quantentheorie. Solche mit engem Bezug zum mathematisch-theoretischen Formalismus finden sich zum Beispiel in Primas (1981), Readhead (1987), Mittelstaedt (1989), Omnès (1994), Peres (1995), Home (1997), Mittelstaedt (1998), d'Espagnat (1999) und Auletta (2000). Für eine Übersicht siehe auch Audretsch (1990/1996).

schen Größen, die in der physikalischen Theorie vorkommen, zumindest zum Teil sagt, dass sie etwas in der Wirklichkeit abbilden und daher etwas bedeuten (*Semantik*), ist zunächst ein offenes Problem.

In der klassischen Physik ist es nicht anders. In der Elektrodynamik, die unter anderem das Verhalten von Ladungen beschreibt, gibt es eine mathematische Größe $\underline{E}(\underline{r}, t)$, die elektrisches Feld genannt wird. Dies ist ein *theoretischer Term*, denn primär beobachten wir nur das Verhalten der Ladungen. Man hat die Möglichkeit, $\underline{E}(\underline{r}, t)$ und die Differentialgleichung für $\underline{E}(\underline{r}, t)$ als rein mathematische Hilfsgrößen und Relationen anzusehen, die es erlauben, Aussagen abzuleiten, die man dann abbilden kann. Das können zum Beispiel Aussagen über das dynamische Verhalten geladener Kugeln sein. Von der physikalischen „Existenz“ elektrischer Felder würde man dann nicht sprechen. Bei dieser Einstellung zu physikalischen Theorien wäre das Ziel der Theorie einzig, experimentelle Ergebnisse vorherzusagen. Wer diese Position einnimmt, verneint die Existenz einer objektiven Realität, die unabhängig von dem ist, was Beobachter registrieren. Man kann aber auch das Ziel haben, mit Hilfe der Theorie die physikalische Welt zu *verstehen*. In diesem Fall wird man sagen, $\underline{E}(\underline{r}, t)$ beschreibt tatsächlich etwas Wirkliches. Es gibt eine Realität, zu der $\underline{E}(\underline{r}, t)$ gehört und die elektrisches Feld genannt wird. Diese Einstellung ist unter Physikern üblich, aber es ist wichtig zu sehen, dass man sie nicht teilen muss, wenn man die Aufgabe einer physikalischen Theorie allein darin sieht, Messergebnisse zu prognostizieren.¹⁵

Was als *real* angesehen wird, hängt offenbar davon ab, wie man eine Theorie interpretiert. Bereits die klassische Physik braucht über die Abbildungsregeln des Kernbestandes hinaus eine *Interpretation*, eine *Deutung*. Diese über die nicht weiter reduzierbaren Kernaussagen hinausgehenden Interpretationen treten zu einer Theorie hinzu. Dabei gehören unterschiedliche Interpretationen zu gleichen experimentellen Konsequenzen: Sie können experimentell nicht unterschieden werden. Sie sind nicht falsifizierbar. Diese Situation wird in der Quantenmechanik noch viel komplexer.

Verschiedene Interpretationen zuzulassen, darf allerdings nicht mit dem Entwurf einer ganz anderen Theorie als die Quantentheorie für den Quantenbereich verwechselt werden, die bei allen bisher diskutierten Experimenten zu gleichen Aussagen für die Messergebnisse führt. Dies wäre dann keine neue Interpretation der alten Theorie, sondern eine echte Konkurrenztheorie. Es wäre denkbar, dass es Experimente gibt, für die sie andere Ergebnisse als die Quantentheorie vorhersagt. Man könnte dann experimentell eine Entscheidung zwischen beiden Theorien herbeiführen. Wir kommen in den Abschnitten 2.4 und 2.5 noch zu einem Beispiel.¹⁶

¹⁵ Die Viele-Welten-Interpretation (Everett (1957)) ist keine Interpretation im obigen Sinne. Theoretische Probleme im Zusammenhang mit dem Quantenmessprozess werden gelöst, indem man in sehr spekulativer Weise letztlich einen Zusammenhang mit dem Bewusstseinszustand des Beobachters herstellt. Es wird damit eine Theorie behauptet, die weit über den bisherigen Anwendungsbereich der Quantentheorie hinausgeht.

¹⁶ II bezieht sich auf den nachfolgenden Artikel „Blick in die Quantenwelt II“, II.4 bezeichnet das dortige Abschnitt 1.4.

Aber die Interpretationen sind andererseits selbst keine Philosophie. Sie gehören nach einer unter Physikern allgemein verbreiteten Ansicht noch mit zur physikalischen Theorie. Es ist eine der Aufgaben einer physikalischen Theorie, über die Vorhersage von Messergebnissen hinaus zu Vorstellungen über die physikalische Welt zu führen. Interpretationen sind in diesem Sinne Physik und nicht Metaphysik. Allerdings haben sie philosophische oder metaphysische Implikationen. An ihnen setzt typischerweise die Naturphilosophie an.

Auch in der Quantenmechanik versuchen Interpretationen wieder die Frage zu beantworten: Was ist *real*? Was kann man mit Hilfe der Theorie über die Prognose von Messergebnissen hinaus über die Wirklichkeit aussagen? Als Ausgangspunkt kann man fragen: Was ist der Zustandsvektor? Er beschreibt einen Zustand – aber wovon?

Eine Interpretation, die man als *Kopenhagener Interpretation* bezeichnen könnte, weil sie Ansichten aus der Frühzeit der Quantenmechanik aufnimmt, ist heute nur noch von historischer Bedeutung.¹⁷ Sie stellt einen Satz von Nils Bohr in den Mittelpunkt: „There is no quantum world.“¹⁸ Es gibt keine Quantenwelt und keine Quantenobjekte. Nur die Phänomene sind real. „Dahinter“ gibt es nichts. Die Quantenwelt ist ein mentales Konstrukt. Der Zustandsvektor ist eine rein mathematische Hilfsgröße ohne Entsprechung in der Wirklichkeit. Er dient zum Ausrechnen von Wahrscheinlichkeiten makroskopischer Ereignisse, zum Beispiel von Messergebnissen. Das „Quantenobjekt“ ist nichts als ein sprachliches Bild, mit dessen Hilfe man sich leichter über ein rechnerisches Vorgehen verständigen kann. Eine Bezeichnung wie „Elektron“ ist also nur eine praktische Abkürzung, die auf einen ganzen Komplex von Rechnungen verweist. Messgeräte sind klassische Geräte, die nicht quantenmechanisch zu beschreiben sind. Die Rechnungen liefern am Schluss nur Aussagen über die klassischen Zustände der Messgeräte. Die Komplementarität von Ort und Impuls, wie sie sich in der Unbestimmtheitsrelation zeigt, hat ihre Ursache darin, dass es keine Messgeräte für die gemeinsame Messung von Ort und Impuls gibt. Für die Anhänger dieser extrem pragmatischen und minimalistischen Interpretation sind die beiden Herausforderungen „begründe Dynamik II aus Dynamik I“ und „führe das Verhalten klassischer Objekte auf die Quantenmechanik zurück“ vollkommen belanglos. Man sieht daran sehr deutlich, dass Interpretationen für den Vollzug der physikalischen Forschung und die Motivation von Wissenschaftlern durchaus bedeutsam sein können.

Demgegenüber sind die oben gestellten Aufgaben aus der Sicht einer *Ensemble-Interpretation* absolut sinnvoll. Hier gibt es die Quantenwelt. Die Aussagen der Quantenmechanik und damit der Zustandsvektor $|\Psi\rangle$ beziehen sich auf ein statistisches Ensemble von unendlich vielen Systemen, die völlig gleichartig präpariert wurden. Es werden also niemals Aussagen über ein einzelnes Quantenobjekt getroffen. Die relativen Häufigkeiten von Messergebnissen können mit Hilfe des Zustandsvektors $|\Psi\rangle$ vorausgesagt werden. Da in der Praxis nur endlich viele Systeme zur Verfügung stehen, handelt es sich hierbei um eine

¹⁷ Der Zusatz „Kopenhagener“ ist so schillernd und mehrdeutig, dass man ihn eigentlich ersetzen sollte. Eine Schilderung der historischen Situation findet sich im nachfolgenden Aufsatz von C. Held.

¹⁸ Zitiert nach Primas (1981), Seite 101.

Näherung. Man bleibt bei dieser Interpretation somit ganz auf der deterministischen Ebene. Bei der Wirklichkeit, die $|\Psi\rangle$ abbildet, handelt es sich genau genommen um die Ergebnisse einer Gesamtheit bereits vorgenommener Messungen. Wieder liegt eine starke Beschränkung auf die experimentellen Daten vor. Man spricht daher auch oft von der *Minimal-Interpretation*. Sie enthält das, auf was sich alle heutigen Physiker problemlos einigen können. Im oben diskutierten Beispiel ist es das Interferenzbild auf dem Schirm. Ein Einzelobjekt in der Versuchsanlage, zum Beispiel am Doppelspalt, wird nicht abgebildet. Über seine Realität wird nichts ausgesagt. Es ist fraglich, ob es in diesem Rahmen überhaupt sinnvoll erscheint, den Übergang von Quantenobjekten zu großen Molekülen, biologischen Systemen und klassischen Objekten vollziehen zu wollen.

Man kann heute einzelne Atome und Ionen in Fallen speichern und manipulieren. An der Realität dieser Objekte wird allgemein nicht mehr gezweifelt. Sie sollten daher auch abgebildet werden. Dies ist heute die unter Physikern übliche Position. Wir haben sie in den vorangegangenen Ausführungen implizit bereits verwendet. In dieser *Einzelssystem-Interpretation* bezieht sich der Zustandsvektor $|\Psi\rangle$ nunmehr unmittelbar auf reale Einzelobjekte und deren Eigenschaften. Die Einzelobjekte sind dabei zumeist mikrophysikalischer Natur. In dieser Interpretation treten als primäre *Referenten* der Theorie nicht mehr die Resultate auf, sondern die Einzelobjekte, an denen die Messungen vollzogen werden. Das ungemessene Quantenobjekt existiert wirklich. Eine Rechtfertigung für diese Interpretation ist darin zu suchen, dass Eigenschaften wie Masse, Ladung und Größe des Spins eines Quantenobjektes immer denselben Wert haben, unabhängig von der Präparation des Quantensystems und dem vorgenommenen Experiment. Diese *klassischen Eigenschaften* „hat“ das Quantenobjekt selber unabhängig vom menschlichen Eingriff. Sie beruhen nicht auf „Relationen“ zwischen dem System und den Apparaten für seine Präparation oder seine Messung. Man kann diese Eigenschaften daher als *objektiv* und *real* bezeichnen.¹⁹ Das Quantensystem bekommt über sie ein „Eigenleben“ (eine Existenz) zwischen Präparation und Messung. Zugleich rückt damit die Frage nach den nichtklassischen Eigenschaften stärker in den Mittelpunkt.

Eine Messung überführt das Objekt in den dem Messwert gehörigen Eigenzustand. Wenn man dieselbe Messung sofort wiederholt, ergibt sich derselbe Messwert. Wiederholt man zum Beispiel eine Ortsmessung, so findet man das Objekt am selben Ort. Die Ortsunbestimmtheit des Objekts nach der ersten Ortsmessung ist null. Man wird also dem Objekt in diesem Zustand die *Eigenschaft*, einen Ort zu haben, zuschreiben können. Wenn bei einem Quantenzustand eine sichere Prognose für das Ergebnis der Messung einer Größe (zum Beispiel des Ortes) möglich ist, wird man sagen, dass dem Objekt in dem Zustand diese Größe als Eigenschaft zuzusprechen ist.

Wenn in einem Zustand eine physikalische Größe unbestimmt ist (zum Beispiel der Ort bei $\Delta x \neq 0$), dann hat das Objekt diese Eigenschaft (einen Ort zu haben) nicht: die

¹⁹ Die Realität von Atomen aus der Realität der Geräte zu deduzieren, mit denen sie präpariert und registriert werden, ist formal sehr aufwändig. Wer sich einen Eindruck verschaffen will, greife zum Buch von Ludwig (1985).

Eigenschaft existiert in diesem Fall überhaupt nicht. Im Extremfall eines Impulseigenzustandes ($\Delta p_x = 0$) liefert jede Messung der Komponente p_x des Impulses einen wohl bestimmten Wert, es ist aber keinerlei Prognose über das Ergebnis der Ortsmessung möglich ($\Delta x = \infty$). Man wird daher sagen müssen, dass Objekte im Impulseigenzustand zwar die Eigenschaft Impuls haben, ihnen aber die Eigenschaft Ort nicht zuschreibbar ist. In der Ortsmessung, also erst unter Beteiligung des Messgeräts und im Zuge einer Zustandsänderung, erhält das Objekt die Eigenschaft, einen Ort zu haben. Eine darauf folgende Impulsmessung zerstört nicht nur den Wert der Eigenschaft, sondern die Eigenschaft selbst. Als Ausdruck der Unbestimmtheitsrelation wird sich ein Objekt im Allgemeinen in einem Zustand befinden, in dem ihm in diesem Sinne *weder* die Eigenschaft Ort *noch* die Eigenschaft Impuls zugesprochen werden kann. Ort und Impuls sind dann *potentielle* Eigenschaften. Sie werden erst in der Messung *aktualisiert*.

Wir kennen aus unserer Alltagsumgebung solche *Weder-Noch-Objekte* nicht. Man kann derartige Objekte aber konstruieren, wie es in Abbildung 1.10 geschehen ist: Weder handelt es sich hier um drei Röhren noch um zwei Kästen. Wenn man allerdings ausschließlich den oberen Teil betrachtet, sieht man drei Röhren, bei Betrachtung des unteren Teils zwei Kästen. Erst als Ergebnis der speziellen Messung „nur oben betrachten“ bekommt der Körper die Eigenschaft, aus drei Röhren zu bestehen. Vorher kann sie ihm nicht zugeschrieben werden. Sie ist nur als potentielle Eigenschaft im Objekt angelegt. Mit den zwei Kästen verhält es sich entsprechend. Beide Eigenschaften schließen sich wechselseitig aus. Nimmt man die Messung „in der Mitte betrachten“ vor, so erfährt man weder etwas über die Eigenschaft „Röhren“ noch über die Eigenschaft „Kästen“.

Wenn man mit der klassischen Physik vergleicht, sieht man, dass nicht nur das Konzept „Kausalität“, sondern auch das Konzept „Eigenschaft“ sehr viel schwächer, allgemeiner und flexibler geworden ist. Das spiegelt noch einmal den Umstand wider, dass die Quantentheorie die allgemeinere und umfassendere Theorie ist. Sie erfordert daher – verglichen mit der an der Alltagsphysik orientierten Umgangssprache – ein *reduziertes Sprechen*. Wenn wir von Quantenobjekten und ihrem Verhalten reden, dürfen wir nicht durch die unüberlegte Verwendung alltagsprachlicher Formulierungen zum Beispiel suggerieren, dass diese

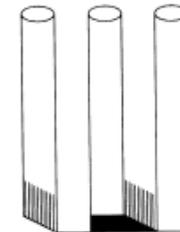


Abbildung 1.10. Ein Weder-Noch-Objekt.

Objekte Teilchen oder Wellen sind oder dass sie stets alle Eigenschaften gleichzeitig haben, wie wir es von klassischen Systemen her kennen.

Schließlich soll noch darauf hingewiesen werden, dass das Konzept „Information“ verglichen mit der klassischen Physik eine ganz neue Rolle spielt. Dort erhält man durch Messung eine Information darüber, was bereits vorher vorlag und nach der Messung immer noch vorliegt. In der Quantenphysik hingegen liefert die einzelne Messung nur eine Information darüber, in was die Messung überführt hat. In diesem Sinne ist die Quantentheorie zwar allgemeiner, aber ihre Aussagen sind auch schwächer. Das hat Konsequenzen, die wir in Abschnitt 2.7 diskutieren werden. Umgekehrt kann man in einem Zustand $|\Psi\rangle$ von Abbildung 1.8, der ja jede Orientierung α annehmen kann, offenbar mehr Information als zwei Bits speichern (noch dazu im Komplexen betrachtet). Wenn man zu diesen beiden Besonderheiten der Quantenphysik noch die im nachfolgenden Kapitel beschriebene Verschränkung von Zuständen hinzunimmt, dann erschließt sich eine Informationstheorie ganz ungewohnter Art mit einer Fülle neuer Möglichkeiten der Informationsverarbeitung und -übertragung. Diese Quanteninformationstheorie braucht wiederum Hardware Quantencomputer, die aus verschränkten Quantensystemen aufgebaut sind. Hier ist in den letzten Jahren ein sich rasch entwickelnder neuer Bereich der Quantenphysik entstanden.²⁰

Literatur

- M. Arndt et al. (1999), *Nature* 401, 680.
 J. Audretsch und K. Mainzer (Hrsg.) (1990 und 1996), „Wieviele Leben hat Schrödingers Katze? Zur Physik und Philosophie der Quantenmechanik“, Heidelberg.
 G. Auletta (2000), „Foundations and Interpretation of Quantum Mechanics“, Singapore.
 P. R. Berman (Hrsg.) (1997), „Atom Interferometry“, San Diego.
 A. C. Elitzur und L. Vaidman (1993), *Found. Phys.* 23, 987.
 B. d'Espagnat (1999), „Conceptual Foundations of Quantum Mechanics“ (2. Ed.), Reading.
 H. Everett (1957), *Rev. Mod. Phys.* 29, 454.
 R. Feynman, R. Leighton und M. Sands (1965), „The Feynman Lectures on Physics“, Band III, Reading.
 D. Home (1997), „Conceptual Foundations of Quantum Physics: An Overview from Modern Perspectives“, New York.
 W. M. Itano, D. J. Heinzen, J. J. Bollinger und D. J. Wineland (1990), *Phys. Rev.* A41, 2295.
 P. G. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog, A. Zeilinger und M. A. Kasevich (1995), *Phys. Rev. Lett.* 74, 4763.
 G. Ludwig (1985), „An Axiomatic Basis for Quantum Mechanics“, Band 2, New York.
 C. Macchiavello, G. M. Palma und A. Zeilinger (2000), „Quantum Computation and Quantum Information Theory“, Singapore.
 S. E. Mason (1961), „Geschichte der Naturwissenschaft“, S. 572, Stuttgart.
 P. Mittelstaedt (1989), „Philosophische Probleme der modernen Physik“, 7. Aufl., Mannheim.
 P. Mittelstaedt (1998), „The Interpretation of Quantum Mechanics and the Measurement Process“, Cambridge.

²⁰ In diesem Buch finden sich Einzelheiten in den Artikeln von R. Löw, T. Pfeifer, H. Weinfurter und R. F. Werner.

- R. Omnès (1994), „The Interpretation of Quantum Mechanics“, Princeton.
 A. Pais (1996), „Quantum Theory: Concepts and Methods“, Dordrecht.
 H. Primas (1984), „Chemistry, Quantum Mechanics and Reductionism“, Berlin.
 H. Rauch und S. A. Werner (2000), „Neutron Interferometry: Lessons in Experimental Quantum Mechanics“, Oxford.
 M. Redhead (1987), „Incompleteness, Nonlocality and Realism“, Oxford.
 A. Tomonaga (1998), „The quantum world unrevealed by electron waves“, Singapore.
 J. A. Wheeler und W. H. Zurek (1983), „Quantum Theory and Measurement“, Princeton.